



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

“Diseño de una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, apoyado en el proceso de resolución y planteamiento del problema”

JAVIER MUÑOZ RANGEL

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

“Diseño de una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, apoyado en el proceso de resolución y planteamiento del problema”

JAVIER MUÑOZ RANGEL

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director (a):
M. Sc. Elmer José Ramírez Machado

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

Dedicatoria

A mi madre, mis hijas y mi hijo: fuente de inspiración y superación; a mi esposa: baluarte de mi familia. Pero en especial a mis estudiantes, motores de búsqueda

En agradecimiento a mí asesor de trabajo final, Master Elmer Ramírez Machado por dejarme ver como lo que soy: una persona llena de falencias y altibajos"...solo sé que nada sé..."

Resumen

Se presenta el diseño de una propuesta metodológica que contribuye a mejorar la enseñanza de las identidades trigonométricas - Para esta investigación se toman las identidades trigonométricas, como parte esencial del pensamiento variacional - (sencillas y cuadráticas) en la básica secundaria, para que fortalezca la parte lógica y operativa de los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino del Municipio de Medellín.

Se pretende con esta propuesta identificar los inconvenientes que manifiestan los estudiantes en el aprendizaje de las identidades trigonométricas principales, mediante algunas encuestas y entrevistas realizadas a los estudiantes, que incluyan el manejo del lenguaje simbólico. Posteriormente se interviene la práctica docente, aplicando situaciones problema como mediador didáctico y por medio del Proyecto de Aula evaluar el impacto de este a la práctica docente, analizando el desempeño académico y la motivación de los estudiantes.

PALABRAS CLAVES: identidad, trigonometría, lógica, identificar, inconvenientes, simbólico, mediador.

Abstract

It presents a design of a methodological proposal which contributes to improve the teaching of trigonometrical identities (simple and quadratic) in high school students, in order to strengthen the logical and operative part on tenth grade learners of the institution San Roberto Belarmino from the city of Medellin.

This proposal pretends to identify the problems students show in their learning process for the main trigonometrical identities, through surveys and interviews made to some students, which include the use of symbolic language. Subsequently it takes part in the classroom practice, to make use of problem situations as educational mediators and through the classroom project evaluates the impact of this proposal in the classroom practice, by analyzing the academic achievements and performance and the motivation in the students.

Key words: identity, trigonometry, logical, to identify, problems, symbolic, mediator.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
1. ASPECTOS PRELIMINARES.....	3
1.1. Selección y delimitación del tema	3
1.2. Planteamiento del Problema.....	3
1.2.1. Antecedentes	3
1.2.2. Descripción del problema.....	18
1.2.3. Formulación de la pregunta	21
1.3. Justificación.....	21
1.4. Objetivos.....	24
1.4.1. Objetivo General	24
1.4.2. Objetivos Específicos	24
2. MARCO REFERENCIAL.....	25
2.1. Marco Teórico	25
2.1.1. Constructivismo (Piaget)	26
2.1.2. Didáctica (Chevallard)	28
2.1.3. Aprendizaje significativo (Moreira)	31
2.2. Marco Conceptual – Disciplinar.....	32
2.2.1. Enseñanza para la comprensión	32
2.2.2. Relaciones trigonométricas.....	34
2.2.3. Resolución de problemas.....	36
2.2.4. Estrategias metodológicas.....	39
2.2.5. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos	41
2.2.6. Que es una propuesta metodológica	42
2.2.7. Tópicos Generativos.....	45
2.3. Marco Legal.....	55
2.3.1. Contexto Internacional	56
2.3.2. Contexto Nacional.....	57
2.3.3. Contexto Regional	58

2.3.4. Contexto local.....	59
2.4. Marco Espacial.....	60
3. DISEÑO METODOLÓGICO: INVESTIGACIÓN APLICADA	64
3.1. Paradigma Crítico – Social.....	64
3.2. Tipo de Investigación.....	67
3.3. Método	71
3.4. Instrumento de recolección de información.....	72
3.5. Población y Muestra	73
3.6. Delimitación y Alcance	73
4. TRABAJO FINAL	76
4.1. Caracterización	76
4.1.1. Ubicación geográfica de la Institución Educativa	76
4.1.2. Tipo de población estudiantil.....	77
4.1.3. Situación socioeconómica.....	77
4.2. Diseño.....	79
4.2.1. Diseño de encuesta tipo Likert para que respondan los estudiantes y docentes.....	79
4.2.2. Diseño y construcción de guías de clase para la modelación de las razones trigonométricas	80
4.2.3. Diseño y construcción de actividades didácticas con la ayuda del Proyecto de Aula	82
4.3. Aplicación	82
4.4. Análisis y Evaluación.....	84
4.4.1. Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la intervención de la estrategia metodológica propuesta	84
4.4.2. Elaboración del análisis de los resultados obtenidos	86
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	95
5.1. Conclusiones.....	95
5.2. Recomendaciones	97
REFERENCIAS.....	99

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.2 -1 Factores en la solución de problemas	20
Tabla 2.2-1 Representantes y propuestas para la resolución de problemas.....	38
Tabla 2.2-2 Estándares básicos de competencias en matemáticas grado 10º... 55	
Tabla 2.2-3 Estándares básicos de competencias en matemáticas grado 10º .. 55	
Tabla 2-3 Plan de estudio grado 10º.....	63
Tabla 3-1 Planificación de actividades.....	74
Tabla 3-2 Cronograma de actividades.....	75
Tabla 4-1 Estrato número de estudiantes.....	77
Tabla 4-2 Intensidad horaria del área de Matemáticas.....	78

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Razones trigonométricas.....	45
Figura 2. Trazado de ángulos positivos.....	46
Figura 3. Los triángulos y sus características.....	46
Figura 4. El círculo goniométrico.....	47
Figura 5. Gráfica Función Seno.....	50
Figura 6. Gráfica Función Coseno.....	50
Figura 7. Postulados de triángulos semejantes.....	51

ÍNDICE DE GRAFICOS

Grafico 1. Datos pregunta uno.....	106
Grafico 2. Datos pregunta dos.....	106
Grafico 3. Datos pregunta tres.....	106
Grafico 4. Datos pregunta cuatro.....	106
Grafico 5. Datos pregunta cinco.....	106
Grafico 6. Datos pregunta seis.....	106
Grafico 7. Datos pregunta siete.....	107
Grafico 8. Datos pregunta ocho.....	107
Grafico 9. Datos pregunta nueve.....	107
Grafico 10. Datos pregunta diez.....	107

INTRODUCCIÓN

Son muchos los investigadores que se han preocupado por la enseñanza de la trigonometría en la media básica, pero pocos los que hacen énfasis en las identidades trigonométricas; según Piaget (1970) los estudiantes entre los 11 y 15 años se ubican en un "Período de Operaciones Formales". En este período el pensamiento lógico es ilimitado, se diferencia por la capacidad para pensar fuera del contexto concreto y pasar a lo abstracto; en esta etapa el adolescente posee la destreza de expresar hipótesis y dejarlas a prueba para poder hallar la respuesta a un determinado problema.

El joven puede pensar acerca de la inferencia entre relaciones, construir ideas y teorías abstractas; los procedimientos formales facultan al cerebro de una capacidad de abstracción que lo libera de lo real, para permitirle trazar reflexiones y teorías. El nivel de razonamiento del adolescente es hipotético-deductivo, logrando por medio de este situarse en un ámbito de abstracción general.

Ahora bien, en el contexto de la institución educativa donde se va a realizar la investigación, es posible identificar la presencia de prácticas pedagógicas que caen en lo que Moreira define como enseñanza dogmática tradicional, las cuales podrían ir en contra de los ideales de Piaget; pues se reconoce que en este estadio (hipotético-deductivo) los estudiantes desarrollan la lógica mental y están en capacidad de abstraer resultados no tangibles, con ese tipo de enseñanza tradicional, su aprendizaje puede estar siendo truncado.

De acuerdo con estos autores, y observando los diferentes tipos de relaciones que se dan entre los jóvenes con los maestros y sus pares, como instrumento importante en la construcción de habilidades cognitivas, se asiente lo expresado

por Vigotsky, al proponer el concepto de la zona de desarrollo próximo y con ello explicar la relación entre el aprendizaje y el desarrollo.

Presumiendo que todo estudiante presenta un nivel de desarrollo efectivo –la posibilidad de realizar tareas por sí mismo–, reconoce que el espacio entre este nivel y el grado de desarrollo potencial –realización de actividades con asistencia de otros– es lo que se denomina zona de desarrollo potencial, espacio que vincula los métodos de enseñanza y aprendizaje con las técnicas de desarrollo. Es en esta zona donde ocurre la interacción social que provoca el aprendizaje, por tanto, en ella se sitúa el trabajo del maestro y de la escuela en general.

Al aplicar la estrategia metodológica que se busca desarrollar en los estudiantes del grado 10º, observar las características -positivas o negativas- que se evidencian cuando realizan los juegos lúdicos, sobre identidades trigonométricas sencillas y cuadráticas; tabular estas particularidades y establecer deducciones entre las respuestas de los estudiantes y las situaciones pedagógicas planteadas en la propuesta objeto de estudio.

1. ASPECTOS PRELIMINARES

1.1. Selección y delimitación del tema

La enseñanza de las relaciones trigonométricas en la formación media, en contribución al aprendizaje de los conceptos de: razón, relación y función

1.2. Planteamiento del Problema

1.2.1. Antecedentes

Teniendo como base la Ley General de Educación (1994) en su artículo 22, y en concordancia con los lineamientos curriculares para el área de matemáticas (1998), en los cuales se expresa que “La educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales” por el papel que juega en la cultura y la sociedad; en el desarrollo del pensamiento lógico, la abstracción, su rigor y precisión. Su conocimiento es fundamental para el desarrollo de la ciencia y la tecnología.

De acuerdo con lo que se dice sobre el aprendizaje de las matemáticas, en cuanto a que no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, esta también involucra factores afectivos y sociales que envuelven contextos de aprendizajes particulares.

En otro de los apartes de los lineamientos curriculares (1998) se afirma que las matemáticas cumplen con finalidades sociales, enfocadas al campo laboral que está cada vez más tecnologizado. Este conocimiento matemático es fundamental para que todo ciudadano se desempeñe en forma crítica y activa en sociedad;

además que pueda interpretar toda la información que se le brinde y con base a estas interpretaciones tome decisiones adecuadas.

Se busca con lo anterior pasar de una enseñanza que se basa en el logro de ciertos objetivos específicos, a una que apoye a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas, encaminadas a los campos: científico, tecnológico, lingüístico y ciudadano.

Así mismo en estos estándares el Ministerio de Educación Nacional (2006) afirma que: “se puede hablar del aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo” (p 49). Estas competencias se alcanzan en “ambientes de aprendizaje que estén enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas”, es decir, estas deben favorecer al estudiante para avanzar a niveles de competencias más elevadas y complejas

Como las matemáticas poseen un lenguaje propio, requiere de reglas, justificaciones, técnicas que deben ser socialmente compartidas y aceptadas.

El conocimiento matemático se fundamenta en dos facetas: la práctica y la forma. En la primera se observan las relaciones que mantiene la persona con su entorno, en busca de mejorar su calidad de vida y desempeño ciudadano; en la segunda, están los sistemas matemáticos conformados por su lenguaje y representaciones.

Este conocimiento matemático se divide a su vez en: conocimiento conceptual y conocimiento procedimental. El conocimiento conceptual se acerca más a la reflexión, es teórico, producto de la actividad cognitiva y asociado al “saber qué y el saber por qué”; el conocimiento procedimental es de acción, técnicas y estrategias en: como representar y transformar conceptos, todo esto basado en las habilidades y destrezas para la elaboración, comparación y ejercitación de algoritmos. La fusión acertada de estos dos conocimientos es la base del “saber como”

Luego para ser matemáticamente competente se necesita: formular, plantear, transformar y resolver situaciones de la vida cotidiana -de otras ciencias y de las

matemáticas-; el uso de registros de representación, con el fin de expresar ideas matemáticas; el uso de la argumentación, la prueba y la refutación, esto con el fin de avanzar en el camino de la demostración; y por último el dominio de procedimientos y algoritmos matemáticos, demostrando su uso flexible y eficaz.

Los lineamientos curriculares en el área de matemáticas se fundamentan en cinco procesos generales, los cuales son: razonamiento matemático, lenguaje y comunicación, ejercitación y exploración, modelación y simulación y resolución de problemas.

La misión de estos saberes es el superar los obstáculos de los saberes propios de esta disciplina, que son independientes de las otras áreas del conocimiento.

En “Expedición currículo” - documento de la secretaria de educación del municipio de Medellín - se reafirma lo anteriormente dado a conocer y se exponen otras apreciaciones al respecto. Expresan que los contenidos, dentro de su estructura curricular, deben verificar la planificación de las estrategias pedagógicas que se plantearon a su interior –enseñanza-, de sus procesos generales –aprendizaje- y del contexto en el cual se desenvuelve la institución; todo lo anterior en busca “de un ser competente que asuma la responsabilidad conjunta del aprendizaje”

Así mismo sobre los diferentes contextos afirman que: son aquellos ambientes que rodean al estudiante y otorgan un sentido a la actividad matemática; esto tomado desde los estándares básicos de competencia en matemática (2006, p. 70); ellos se subdividen en:

- Contexto inmediato o de aula: parte física del aula de clase, materiales, normas
- Contexto escolar o institucional: escenarios de las actividades diarias, auditorio, cultura y saberes de los estudiantes, docentes, administrativos, directivos y empleados; PEI, manual de convivencia y los otros currículos
- Contexto extraescolar o sociocultural: lo que pasa fuera del ambiente institucional, la comunidad, el país y el mundo.

Con base en todo lo anterior, se desarrollara en este trabajo uno de los conocimientos básicos, en el área de matemáticas, y en un determinado proceso general: el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; específicamente en las identidades trigonométricas en la media - grado 10º de la Institución Educativa San Roberto Belarmino -.

Con respecto al pensamiento variacional, y de acuerdo con Tavera (2013) en cuanto a que los diferentes textos de matemáticas – con respecto a las relaciones trigonométricas -, “proponen pocas actividades, ejercicios y “problemas” en donde se evidencie el desarrollo del pensamiento variacional”. A la vez se observa, en estos libros, la reiteración en “el manejo apropiado de símbolos, operaciones y propiedades”; conllevando esto a una desatención en las propiedades de las variaciones. (p. 6)

Siguiendo con el análisis de textos más actualizados, se evidencia que estos:

“generalmente privilegian el contexto matemático y el contexto evocado, debido a que los ejercicios y “problemas” allí propuestos se solucionan a través de expresiones algebraicas que sirven para calcular datos fijos y desconocidos de un triángulo, dejando relegado el desarrollo del pensamiento variacional a otras temáticas trabajadas en la trigonometría de la circunferencia o en la trigonometría analítica, haciendo evidente la brecha entre las mismas temáticas como lo ha mencionado Montiel (2005)”. (Tavera, 2013, p. 7).

De acuerdo a lo anterior, la trigonometría no solo sirve para aplicar una determinada expresión algebraica en busca de hallar una solución a un determinado “problema” de triángulos, se deben buscar otras alternativas tratando de no ahondar más en estas diferencias.

De todo lo anterior, Tavera concluye apoyándose en lo expresado por Leung (2008), que:

...la visualización juega un papel interesante, ya que incide en la generalización y en la abstracción de patrones y regularidades, que son demostrados en la detección de estructuras invariantes, posibilitando así el hecho de establecer conjeturas y experimentar el cumplimiento de algunas propiedades geométricas que no estaban previamente establecidas. (p. 7)

De los resultados obtenidos en esta investigación, se resalta el hecho que el uso de la tecnología se hace indispensable para el estudio de las relaciones trigonométricas bajo una perspectiva variacional, se deben elaborar bajo una interpretación geométrica, llevando esto a una reorganización de los esquemas tradicionales para la edición escrita de estos textos.

Toda esta investigación denotó una revisión exhaustiva a nivel regional, nacional e internacional de gran cantidad de bibliografía sobre la noción de variación y cómo es posible aplicar este concepto al estudio de las relaciones trigonométricas.

De ese modo se evidenció que muchos investigadores le han dedicado demasiado tiempo, tales como: “Cantoral y Farfán, 1998; Díaz, 2005; Reséndiz, 2006; Vasco, 2006; Posada y Villa-Ochoa, 2006 b; Villa-Ochoa y Ruiz, 2010; Villa-Ochoa, 2012” como afirma Tavera (p. 15) ; ellos han dado a conocer que se hace necesario el incluir experiencias en el aula de clase que lleven al estudiante al análisis de situaciones en las cuales la noción de variación y de variable tengan un papel primordial; de ello se desprende que se aborde de manera dinámica todos los conceptos matemáticos, esto con la intención de que los neófitos descubran aquellas estructuras no cambiantes que se conciben en una figura.

Desde este punto de vista, se deduce que el pensamiento variacional tiene una gran relación con el proceso de modelación, como afirma Tavera desde el punto de vista de (Dörfler, 1991, p. 84) “generalizar significa construir variables”. El generalizar invita a formular modelos, debido a que se hace necesario buscar por qué una o varias magnitudes varían con respecto a otras y con la ayuda de expresiones algebraicas se logra la demostración de la variación con un modelo funcional.

Teniendo en cuenta que tanto en los Lineamientos Curriculares como en los Estándares se hacen algunas sugerencias de cómo se deben abordar algunas de las temáticas que se van a impartir en el aula de clase, especialmente la trigonometría con la ayuda de las TIC, el uso de la calculadora y el diseño e implementación de ayudas didácticas para facilitar el aprendizaje y comprensión de ella. En estos Lineamientos y Estándares se dan recomendaciones para que el docente pueda desarrollar las competencias fundamentales en el área de matemáticas, que se evidencian en los cinco procesos generales: razonamiento, comunicación, modelación, planteamiento y resolución de problemas.

Todo lo anterior permite constatar si el estudiante está en “capacidad de dar significado, interpretar, comunicar, construir, argumentar, proponer y usar el conocimiento matemático en contextos diferentes y no simplemente si muestra destreza para operar y repetir procedimientos para hallar un resultado” (Colombia, 2000, p. 12).

Es de resaltar que el pensamiento variacional está estrechamente ligado con “el reconocimiento, la percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio diferentes contextos, así como su descripción, modelación, y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (Colombia, 2006, p. 66). Con referencia a lo anterior, se desprende el hecho que para desarrollar este tipo de pensamiento se hace necesario propiciar en el aula de clase espacios para que los estudiantes exploren, reflexionen, deduzcan, conjeturen y planteen eventos nuevos con base a esas relaciones dinámicas que se derivan entre los conceptos matemáticos, específicamente la trigonometría plana.

Sin embargo, este pensamiento variacional no se puede obtener inmediatamente en alguno de los niveles educativos, cada uno de estos grados debe esforzarse por promover su desarrollo; el MEN enfatiza que este pensamiento debe cumplir “un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana,

las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas” (Colombia, 2006, p. 66).

Bajo esta visión, puede afirmarse que, el pensamiento variacional está en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático, de su estudio emerge una versión más amplia y genérica del conocimiento matemático; debido a que se encuentra cimentado bajo el reconocimiento de algoritmos no cambiantes en medio de la variación y el cambio.

Tavera, (2013) con base en los estudios realizados por Ruiz (2011) afirma sobre el pensamiento variacional: “habilidad que tiene una persona para identificar estados de cambio de una o más magnitudes, de tal manera que los relacione entre sí, a partir de la creación y manejo de un modelo funcional” (p. 42).

Sobre estas habilidades sustenta que deben ser desarrolladas desde y hacia distintos contextos al interior de las mismas matemáticas, esto se puede dado que la variación puede ser afrontada desde diferentes tópicos: numérico, geométrico, métrico o aleatorio.

Considerando lo expresado anteriormente, se podría decir sobre el pensamiento variacional y el tratado de las relaciones trigonométricas en contenidos dinámicos, que se han ganado un espacio muy importante en la Educación Matemática; debido a que se pueden aplicar en muchos campos y el uso adecuado de algunas herramientas tecnológicas favorecen su aprendizaje

Para el tratado de las relaciones trigonométricas se debe tener en cuenta que una relación está fundamentada en las razones que se dan en un triángulo y que la trigonometría plana ha sido conocida así desde el siglo XVI; además que esta relación se da entre los ángulos y segmentos de línea de dicho triángulo.

Teniendo en cuenta lo expresado por Montalvo (2012) “el tratamiento de las razones como funciones se inicia con los árabes”; en ese mismo sentido, Johann Müller (1436 – 1476) en su libro [De Trianguliso omnimodis libri quinqué]

desarrolla la trigonometría a partir de conceptos geométricos básicos, que lo que conduce a la definición de la función seno (p 31, 33). Esta obra fue leída por Nicolás Copérnico y casi un siglo después, aparece la palabra Trigonometría como el título de un libro. Así mismo, BARTHOLOM PITISCUS (1561 – 1613) en su libro [Trigonometriae sive de dimensione triangulorum libri quinqué] “La trigonometría, o en relación con las propiedades de los triángulos” reafirma el concepto de relación.

Gracias a todos estos aportes, la trigonometría pasó de ser uso exclusivo de la astronomía, para ser usada en la mecánica: tiro parabólico, oscilaciones (transporte fluvial) e instrumentos musicales de viento.

El tratamiento de las relaciones como funciones hace posible el nacimiento de la trigonometría analítica y replicando lo expresado por ABRAHAM GOTTHELF KASTNER (1719 – 1800) “Si x denota el ángulo expresado en grados, entonces las expresiones $\text{Sen}x$, $\text{Cos}x$, $\text{Tan}x$,... son números que corresponden a cada ángulo”.

Por otra parte en el Informe de Resultados de las Encuestas Curriculares de las Pruebas Saber 5º y 9º (2009) se afirma que: “la labor escolar no se desarrolla en el vacío ni con un alumnado homogéneo. Los individuos llegan a la institución en condiciones absolutamente diferentes para recibir y aprovechar el trabajo de los docentes”; continúan diciendo luego que: “los análisis de resultados o indicadores educativos que no tienen en cuenta las características de los estudiantes son de escaso valor para la toma de decisiones o para extraer algún tipo de conclusión válida que pretenda ir más allá de la mera descripción de que las diferencias existen” (p. 8)

De todo lo anterior puede deducirse que si un análisis de resultados o indicador educativo no tiene en cuenta la realidad del contexto en el cual se desenvuelve el estudiante, carece de valor.

La prueba SABER en matemáticas está diseñada para evaluar las diferentes competencias: formular hipótesis, justificar, identificar patrones, describir relaciones y modelar usando el lenguaje matemático; así mismo el interpretar símbolos, desarrollar estrategias y elegir métodos de solución de problemas.

Lo anterior tiene que ver con lo expresado en los procesos que se plantean en los lineamientos curriculares en el área de matemáticas: razonar matemáticamente, lenguaje, ejercitación, modelación y resolución de problemas.

Estas pruebas saber se llevarán a cabo en cinco aplicaciones entre los años 2009 y 2021, con el fin de evidenciar la evolución de los resultados.

Específicamente ICFES (Saber 5º y 9º) en lo concerniente a este trabajo - el pensamiento variacional-, expresa lo siguiente:

Comprensión de los números, la estructura del sistema de numeración; el significado de las operaciones, la comprensión de sus propiedades y de las relaciones entre ellas; el uso de los números y las operaciones en la resolución de problemas diversos, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados al concepto de función.
(p. 18)

Además de las pruebas saber de 5º y 9º se realiza el examen de estado, llamado ahora SABER 11, el cual lleva 42 años elaborándose; su propósito, el apoyar a las instituciones de educación superior en los procesos de selección y admisión.

Desde 1980 es de carácter obligatorio, su amplia cobertura condujo a que se reevaluara buscando con ello ajustarlo al propósito de “evaluación de la calidad de la educación”, pero dejando muy claro su objetivo principal: la selección de estudiantes.

Esta reestructuración realizada en 1990 quedó plasmada en dos objetivos:

- Evaluación individual, que sirva como admisión a la educación superior, con sus beneficios

- Instrumento de evaluación e información sobre la calidad educativa.

Esta prueba se enfoca en la evaluación de competencias entendidas como un “saber hacer en contexto”; estas competencias son evaluadas bajo el contexto de las áreas obligatorias, bajo la Ley General de Educación. Son ocho pruebas de núcleo común y una de libre elección (flexible)

- Núcleo común: lenguaje, matemáticas, biología, química, física, sociales, filosofía e inglés
- El componente flexible comprende dos tipos de pruebas: de profundización (lenguaje, matemáticas, biología y ciencias sociales) e interdisciplinar (violencia y sociedad o medio ambiente)

Durante el año se aplican dos pruebas SABER 11, en el primer semestre para los estudiantes que su institución está catalogada en calendario B; en el segundo semestre las instituciones catalogadas bajo el calendario A.

La clasificación anual de las instituciones por categorías de desempeño en SABER 11 la realiza EL ICFES - Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior - bajo siete categorías: muy inferior, inferior, bajo, medio, alto, superior y muy superior. Esta metodología de clasificación se ajustó mediante la Resolución 489 de 2008.

Continuando con los tipos de evaluaciones que se realizan para medir el grado de conocimientos matemáticos, a nivel internacional, se realizan las pruebas PISA -Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes-; en el año 2012 Colombia participó por tercera vez en ellas, estas pruebas se realizan para verificar que tan bien preparados están los estudiantes de 15 años en adelante para enfrentar las dificultades que se presentan en la vida adulta. Debido a la gran cantidad de países que conforman este proyecto y de la información detallada que se derivan de ella, sus resultados son de gran importancia para cada uno de ellos en la toma de decisiones y definición de políticas públicas con respecto a la educación.

En el año 2000 evaluaron: matemáticas, lectura y ciencias naturales; cada vez que se presentan se cambia el énfasis: 2000 lectura; 2003 matemáticas; 2006 ciencias; 2009 lectura; y en 2012 matemáticas. (PISA, 2012, p. 5)

Esta prueba da a conocer dos tipos de resultados: promedio de cada país en las diferentes áreas evaluadas y porcentaje de estudiantes ubicados en los diferentes niveles de desempeño; PISA da por entendido que no hay diferencia en los puntajes, no existen máximos ni mínimos. Se tiene un referente -promedio del conjunto de países que hacen parte de la OCDE- para evaluar estos puntajes y con base a él se determinan para cada país participante.

Los resultados para Colombia fueron los siguientes:

En matemáticas, el 74% de los estudiantes se ubicó por debajo del nivel 2 y el 18%, en el nivel 2. Esto quiere decir que solo dos de cada diez estudiantes pueden hacer interpretaciones literales de los resultados de problemas matemáticos; además, emplean algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas de números enteros, e interpretan y reconocen situaciones en contextos que requieren una inferencia directa. En contraste, apenas 3 de cada mil alcanzaron los niveles 5 y 6.

Quienes están en estos niveles tienen pensamiento y razonamiento matemático avanzados: pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias de resolución de problemas; conceptúan, generalizan y utilizan información; aplican conocimientos en contextos poco estandarizados; reflexionan sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos. (p. 8)

Se destaca, además, que desde la primera participación en PISA Colombia (2006) sus resultados han permanecido estables, sin importar el hecho del aumento en la cobertura en educación, buscando vincular a su sistema a la población en situación de vulnerabilidad.

Del análisis de estos resultados, se desprende el hecho que en Matemáticas el crecimiento anual ha sido de 1,1 puntos, dato positivo pero no significativo estadísticamente (p. 11)

Uno de los argumentos de PISA radica en que “un sistema educativo es equitativo si brinda oportunidades similares a todos los estudiantes independiente de su género, ubicación, contexto socio económico”; dando a entender que la variabilidad de los resultados es un indicador de equidad, entre más alta sea la variación, mayor es la homogeneidad entre los estudiantes. Colombia con respecto al promedio de los países de la OCDE reporta 5527 contra 8479, interpretando estos resultados como un país muy homogéneo. (p. 12)

Haciendo una revisión bibliográfica de trabajos realizados con base a la temática de la enseñanza de las identidades trigonométricas, se evidencia que ha sido un tema poco explorado, debido a que la mayoría de los investigadores aquí en Colombia centran sus estudios en la trigonometría; sin embargo, para esta investigación se consideran pertinentes los siguientes:

Ramírez (1998) plantea que el razonamiento visual no es patrimonio exclusivo de la geometría, indicando que este hace parte de otras ramas de las matemáticas y que es de gran utilidad para ella.

La propuesta de Ramírez (1998), en su texto “La geometría: estrategia para el aprendizaje de la factorización“, está basada en el razonamiento visual y geométrico, con enfoque netamente cognitivo, y sus autores más representativos: Z.P. Dienes, Jean Piaget y Jerome Bruner.

Con base en éste, se puede inferir que la geometría y el álgebra son fundamentales en la trigonometría, que la parte visual es un factor determinante para un correcto aprendizaje. Se recomienda con lo anterior que haya un aprendizaje más visual y basado en la geometría.

Respecto a los conflictos que tienen los estudiantes de grado décimo para el aprendizaje de la trigonometría, Gallego R. Consuelo; López P. Ana Teresa

(2000), reconocen que estas tienen que ver con sus procesos de razonamiento, análisis y argumentación; de donde se cuestionan ¿las dificultades detectadas son exclusivas del tema mencionado? ¿Se manifiestan a lo largo de la vida escolar?, dejando estas dos respuestas para “alguien” que quiera hacer una investigación posterior, siendo importante respecto a lo relacionado con las propuestas de Moreira

Su propuesta se fundamenta en la tesis doctoral realizada por Valverde (1990); en la cual se sistematiza un cúmulo de destrezas y operaciones, que permiten a los estudiantes desarrollar la capacidad para razonar con eficiencia y explicar lógicamente los procedimientos realizados al resolver ejercicios y problemas en matemática. Sin embargo, al final concluyen que “este trabajo solo llega hasta el diseño de la propuesta metodológica y no da cuenta de los resultados que pudieran obtenerse en la aplicación del modelo; según Gallego (2000) esto sería propio de una tesis de maestría”. (p. 23).

Toda la propuesta anterior está sustentada en el razonamiento lógico deductivo, tomando la habilidad fundamentar-demostrar como una unidad, y base de la propuesta metodológica. Para lograr lo anterior se respalda en el modelo descrito por Pólya y los heurísticos (principios o reglas de la didáctica alemana):

- Medios auxiliares heurísticos: tablas, resúmenes de definiciones, teoremas,
- Procedimientos heurísticos: principios, reglas y estrategias

Por otra parte, en el año 2013 se implementó en la facultad de ingeniería de Aguachica –Cesar- un dominó trigonométrico, el cual consta de 28 fichas con las identidades trigonométricas básicas y cuadráticas. Este se juega con las reglas básicas del dominó y una guía con la equivalencia de cada identidad.

Se pretende con este juego que la matemática sea recreativa y vaya ligada a métodos lúdicos, mostrando nuevas sendas pedagógicas, metodológicas y didácticas para su enseñanza y aprendizaje en cada uno de sus niveles de educación.

A nivel internacional, se destaca el trabajo realizado por Clifford Jerry Herrera Castrillo, Exania Suceth Landero Pérez y Aritson Armando Orteza Ramos titulado “Diseño de estrategias didácticas en la resolución de ecuaciones trigonométricas, en estudiantes de décimo grado del Instituto Julio César Castillo Ubau de Totogalpa durante el primer semestre del año 2014”.

En el dan a conocer el hecho de que los estudiantes del grado 10º, adquieren un aprendizaje efímero al iniciarlos en el tema de ecuaciones trigonométricas, a su vez proponen estrategias didácticas con enfoque en el trabajo colaborativo – cooperativo.

Expresan que Leal (2010) en su investigación “Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica” en Valencia (España), trató de dar aportes con el fin de mejorar la comprensión en este contexto específico del aprendizaje, dándose cuenta que las mayores dificultades radicaban en las ecuaciones trigonométricas por diversos factores: cambio de definiciones para las razones e identidades dependiendo del contexto en el cual se trabaje.

De esta investigación se llega al hecho que las diferentes actividades desarrolladas fueron las más apropiadas para el logro de los objetivos que se buscaban; ellas estaban fundamentadas en el Modelo de Van Hiele, modelo muy usado en el aspecto del manejo de la geometría.

Expresan el hecho de la correcta preparación de los docentes, actualización y compromiso en la calidad de la educación; su formación pedagógica y metodológica que son fundamentales en la transformación de los educandos. De su correcta selección de estrategias didácticas dependen: la participación, desarrollo de habilidades y destrezas de los estudiantes, hábitos de estudio, ejercitación e interpretación. Pero se hace necesario que en este proceso de aprendizaje los ejercicios se puedan identificar, interpretar y resolver.

Deducen de lo anterior que su trabajo se centrará en el diseño de estrategias didácticas con respecto a la problemática detectada específicamente en el

análisis, comprensión y solución de las ecuaciones trigonométricas. Estas estrategias le deben permitir al estudiante la construcción de su propio aprendizaje, utilizándolo en la correcta solución de una ecuación, adquiriendo a su vez agilidad en cálculos matemáticos; tales estrategias se fundamentaran en el trabajo cooperativo.

Rosal (2010), Maracaibo –Venezuela-, desarrolla una investigación titulada “Estrategias didácticas para el aprendizaje de los contenidos de trigonometría empleando las TIC” , cuyo propósito fundamental es proponer estrategias didácticas dirigidas a los docentes de trigonometría; este estudio se fundamentó con base a los principios del aprendizaje significativo y el uso de estrategias didácticas, dándose a conocer que la mayoría de los docentes hacen uso de la exposición magistral como estrategia didáctica. El análisis de estos resultados le permite proponer a sus colegas el uso de las TIC, como herramienta útil para la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría.

En Granada –Nicaragua-, Medina (2010) desarrolló una investigación titulada “Unidad didáctica de la trigonometría” cuyos principios se basaron en: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de evaluación. Dicha propuesta se fundamentó en el análisis histórico que tienen los estudiantes con el tema de la trigonometría; con base en estos resultados planteó herramientas didácticas para ayudar a obtener buenos resultados en la parte académica, teniendo en cuenta las evaluaciones de proceso y el trabajo grupal.

Su autor determinó en esta investigación que los procesos de enseñanza y aprendizaje deben amoldarse a cada estudiante, buscando desarrollar al máximo sus capacidades individuales; el docente debe procurar realizar seguimientos individuales para detectar aquellos(as) estudiantes que demuestren falencias para el normal desarrollo del tema, y a su vez aquellos que demuestren grandes capacidades para llevarlos a profundizar en él.

1.2.2. Descripción del problema

Realizando un estudio estadístico en cuanto al rendimiento académico de los estudiantes de los grados décimos, de la Institución Educativa San Roberto Belarmino, basado en la enseñanza y aprendizaje de las razones y funciones trigonométricas -por medios tradicionales-, se evidencia en los resultados detallados por los docentes del área de Matemáticas, un incremento en el índice de pérdida. Basado en varios de los principios del aprendizaje critico de Moreira, el método de la tiza, el tablero y el cuaderno, no favorece el correcto aprendizaje de estos temas tan específicos y esenciales para desarrollar la lógica en el estudiante.

Como se dijo en páginas anteriores: gran parte de las investigaciones se enfocan en la enseñanza de la trigonometría, de buscar estrategias lúdicas y hasta geométricas para su enseñanza, pero pocos son los investigadores que hacen un enfoque sobre las identidades trigonométricas.

Así mismo el hecho de que el docente del área en el grado décimo no enfatice en la diferenciación de los conceptos de: razón, relación y función, no posibilita la interiorización de estos en una forma psicopedagógica más adecuada, para su correcto aprendizaje y buen uso. Si el docente tiene en cuenta y claras estas diferencias se diera la posibilidad de que el estudiante alcance: una formulación, adquiera un método y solucione problemas.

La formulación, tratamiento y resolución de problemas es uno de los procesos que se encuentra presente en todas las actividades curriculares de matemáticas; en estas situaciones problema el quehacer matemático tiene sentido si ellas se encuentran enlazadas a las experiencias cotidianas por las cuales haya pasado el estudiante, haciéndolas más significativas. Estas experiencias no solo pueden ser del área de matemáticas, se pueden extraer de otras ciencias, logrando con ello la interdisciplinariedad de las áreas.

El avance en este proceso permitirá observar en el estudiante un desarrollo mental: perseverante, tenaz, analítico, estratégico, lógico, creativo e innovador. Se necesita para lo anterior que la situación problema planteada sea de carácter abierto, para que se hallen múltiples respuestas o posiblemente ninguna; todo lo anterior referido a los estándares curriculares del área de matemáticas del MEN (1998).

Entre más complejas y atractivas sean las situaciones problema para el estudiante, exigirán -de su parte- un estudio y análisis en los cuales él: invente, formule y resuelva problemas que favorezcan el desarrollo matemático en sus diversas facetas.

Además retomando lo expuesto en los lineamientos curriculares respecto a lo que afirma Pólya “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”. (1998, p. 52); y teniendo en cuenta de que la mayoría de los docentes en matemáticas aplican las diferentes fases del plan ideado por Pólya, deducen que estas estrategias “resultan demasiado abstractas y generales para los estudiantes”.

Así mismo se da a conocer en estos lineamientos lo expresado por Alan Schoenfeld respecto a las estrategias de Pólya en cuanto a que son de mucho potencial, pero que a la vez los estudiantes no las usan; respecto a su trabajo se expresa que es de mucha importancia en la “implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas” y que están basadas en las siguientes ideas:

- “En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas...esto es, clases en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana.

- ...Para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen factores como”: (p. 53)

Tabla 1.2 – 1 Factores en la solución de problemas

El dominio del conocimiento	Son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.
Estrategias cognoscitivas	Incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
Estrategias metacognitivas	Relacionadas con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.
El sistema de creencias	Se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras. Las creencias establecen el marco dentro del cual se utilizan los recursos, las estrategias cognitivas y las metacognitivas

Santos, Luz Manuel, (1992: 22). (MEN, 1998, p. 53)

Teniendo en cuenta lo expuesto, se buscará por medio de este trabajo final, un proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de las identidades trigonométricas en el grado 10º de la Institución Educativa San Roberto Belarmino.

1.2.3. Formulación de la pregunta

¿Cómo contribuye un proyecto de aula como estrategia metodológica a la enseñanza del pensamiento variacional - para esta investigación específicamente las identidades trigonométricas sencillas y cuadráticas-, para favorecer su aprendizaje significativo-crítico?

1.3. Justificación

La experiencia como docente me ha permitido observar que cuando los estudiantes del grado décimo se acercan al aprendizaje de las razones trigonométricas encuentran dificultades al abordar temas como: Pitágoras con su teorema, solución de triángulos –rectángulos y no rectángulos-, la aplicación de las diferentes leyes y estos conceptos aplicarlos a situaciones cotidianas.

Una de las razones más recurrentes se presenta en la asimilación de los conceptos básicos, por ejemplo, no hay fundamentos suficientes para solucionar ejercicios de enteros y racionales con las operaciones básicas, los casos de factorización y las propiedades de radicación no son aplicadas en la solución de las funciones trigonométricas y específicamente en las identidades trigonométricas, por lo que se le dificulta la acción mental de:

Razonar, argumentar y demostrar.

El razonar implica acomodarse en busca de un enunciado-objetivo, tratando de ubicarse dentro de un campo del conocimiento específico. Para conseguir este fin el estudiante debe ubicarse en el tipo de proposiciones que va a emplear y el grado de uniformidad que hay entre ellas, es decir, de su orden lógico.

Dentro del razonamiento se destacan dos métodos: el inductivo y el deductivo; estos los adquiere el estudiante a medida que alcanza una madurez mental en los

últimos años de su adolescencia, es decir, en la media básica; pero no se puede esperar que los aplique en una forma rigurosa en la solución de ejercicios.

La argumentación es un razonamiento que cumple con las relaciones de congruencia, cuyo objetivo es lo creíble y el convencimiento de los demás o de sí mismo, es lo más cercano a lo realizado por los oradores –candidatos-.

Las demostraciones pueden considerarse el centro de la actividad matemática, ya que son la base para que las afirmaciones emanadas en ella tengan una validez; a diferencia de las otras ciencias que contrastan la realidad con sus afirmaciones para luego verificarlas. Pero, además, las propiedades de las teorías matemáticas tienen justificación en el proceso que siguen los matemáticos -por medio de la demostración- para que sean válidas.

El pensamiento lógico en sus diferentes formas no siempre se alcanza a cabalidad por los estudiantes en la media básica; pero paulatinamente, a lo largo de ella, se va construyendo el pensamiento deductivo. De lo anterior no se infiere que este pensamiento realmente tenga una buena cimentación en ellos - los estudiantes -, debido a que ostentan dificultades para dilucidar y equiparar las relaciones entre términos, símbolos y expresiones matemáticas, mostrando con ello falencias en su lenguaje matemático.

Se le suma a lo anterior: el argumentar, conjeturar, esclarecer el proceso en la solución de un problema, falta de escucha y análisis, reconocimiento y corrección de errores propios y ajenos.

El aprendizaje, como tal, es una producción del estudiante cimentado en su lenguaje y necesitando del razonamiento informal como base para su construcción, dándose un enlace entre sus experiencias y el lenguaje matemático.

El ejercicio matemático es particularmente expresivo; por lo tanto se hace necesario que el estudiante sea un elemento activo y consciente de lo importante de las actividades que realiza para adquirir un determinado conocimiento, de tal modo que sea capaz de enunciarlo.

Para la enseñanza y la práctica de las razones trigonométricas en los grados de la básica y la media, se deben tener en cuenta una serie de situaciones problema con temas muy interesantes de investigación.

Entre ellos:

- _ Altos índices de no aprobación.
- _ Niveles altos de abstracción en el tratamiento de los temas.
- _ Quiebra o interrupción en el paso de la aritmética, el álgebra y la radicación a la Trigonometría.
- _ Baja representación y empleo limitado de algunos “axiomas trigonométricos”, entre ellas las relaciones trigonométricas y sus derivaciones - las identidades trigonométricas -.

Ante estas dificultades se pretende su intervención por medio de estrategias, -como los juegos didácticos y el proyecto de aula- ; con la ayuda de estos resolver operaciones básicas con fraccionarios, utilizar la ley de signos, conocer los casos básicos de factorización; teniendo claros estos conocimientos, llegar a la apropiación de estrategias para la adecuada solución de una identidad trigonométrica a través de aplicaciones didácticas como: domino trigonométrico, lotería y concéntrese - como bloques lógicos -.

Dentro de estas propuestas didácticas se propone como la más adecuada la implementación de un Proyecto de Aula, con el fin de lograr un aprendizaje más efectivo de las identidades trigonométricas. Lo anterior debido a que el proyecto de aula, como propuesta didáctica, se encarga de que los estudiantes se comuniquen haciendo y que realicen por su medio una “transposición de las ciencias hacia su enseñanza a través de preguntas”; pero con una condición esencial que ellas deben surgir como solución a un determinado problema, para nuestro caso la solución de identidades trigonométricas.

Se pretende con base en lo anterior lograr que los estudiantes del grado décimo de la I.E. San Roberto Belarmino demuestren un aprendizaje significativo en la solución de identidades trigonométricas básicas y cuadráticas.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Diseñar una propuesta metodológica que contribuya al mejoramiento de la enseñanza de las identidades trigonométricas, que fortalezca la resolución y el planteamiento de problemas en estudiantes del grado 10º de la I.E. San Roberto Belarmino.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Identificar el dominio del conocimiento en el proceso que manifiestan los estudiantes en la solución de problemas en relación a las identidades trigonométricas.
- Analizar mediante la utilización de situaciones problema - referente a una actividad intencional - la aplicación que hacen los estudiantes a casos concretos de razones, funciones e identidades trigonométricas.
- Construir una propuesta metodológica que permita en los estudiantes una asociación entre sus factores sociales y culturales propios a la clase de matemáticas, como mediadores del ambiente de aprendizaje y el clima institucional y los que provienen del contexto extraescolar.
- Evaluar la aplicabilidad de la propuesta como tal, con base en las conclusiones y recomendaciones.

2. MARCO REFERENCIAL

2.1. Marco Teórico

Dentro de las diferentes teorías de: Enseñanza, Aprendizaje y Didáctica; se tomaran para este trabajo final las expuestas por: Jean Piaget (Constructivismo), Yves Chevallard (Didáctica) y Marco Antonio Moreira (Aprendizaje Significativo) como bases para el desarrollo e implementación de la propuesta de trabajo final en la enseñanza de las identidades trigonométricas, en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino.

Para Piaget, los jóvenes entre los 12 y 15 años están en la etapa lógico deductivo, en ella ellos logran abstraer e inferir situaciones que no son reales; estadio esencial para la abstracción de las razones, relaciones y funciones trigonométricas. Chevallard afirma que la escuela como tal es el lugar donde se inicia a los jóvenes en algunas obras de la sociedad; ratifica que los saberes se deben renovar en ella, renovar el currículo, debido a que hay obras obsoletas en muchas disciplinas de la educación. Para fortalecer la escuela los saberes se deben pensar, y esto implica que los saberes enseñados en ella se deben renovar.

Finalmente para Moreira, el maestro debe: estar actualizado, no casarse con un texto, evitar la tiza y el tablero. El docente y el estudiante necesitan de la conciencia semántica, que se halla en las personas, no en las palabras; el significado lo asignan las personas sea cual fuere el significado de las palabras y a medida que el estudiante desarrolle esta conciencia, el aprendizaje será más significativo y crítico. Si el estudiante aprendió significativamente piensa en opciones, en lugar de cavilar decisiones de doble vía.

2.1.1. Constructivismo (Piaget)

“El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y por lo tanto pueden ser medidos”. (Papalia, D.E., 1990, p. 164.)

A comienzos del siglo XX se da a conocer una corriente de la psicología que se denominó Conductismo, esta se hace de forma natural y va en contra de las corrientes mentalistas que experimentaban con la introspección. Los conductistas se especializaron en observar las diferentes conductas de un sujeto, medirlas y compararlas objetivamente; su punto de partida fueron animales, dando por hecho que también se podía aplicar a los humanos. Para esta teoría, el sujeto se toma como un “paquete” de respuestas determinado por ciertos estímulos dados, de tal forma que cualquier comportamiento se puede aprender o extinguir. La programación adecuada de una serie de estímulos puede llevar al sujeto a la conducta que se desee. Autores más representativos: Pavlov, Watson, Skinner y Hull.

En contraposición a esta corriente nace en los años 60 el Cognitivismo, basa sus postulados en los fenómenos internos que hacen parte de los procesos psicológicos. Para ellos el aprendizaje es un proceso que finaliza con la adquisición de nuevos conocimientos o conductas, fijan su atención en la relación que tiene el sujeto con su entorno. Dejan de realizar experimentos con animales, basando sus estudios en la mente como un ordenador - inteligencia artificial - , instrumento que procesa: información, memoria, atención o percepción.

Sus investigadores piensan que el sujeto es el que toma sus decisiones y actúa con base a ellas, no es el medio el que influye sobre sus actitudes; él le da sentido y significado a lo que asimila, logrando con ello que como organismo se relacione con el medio constantemente. A la dualidad entre lo conocido y lo aprendido se le llama aprendizaje, esta es la diferencia respecto a un determinado estímulo. Para

aprender se necesita que haya construcción, relación entre conocimientos. Autores representativos: Piaget, Bruner y Vygotsky.

Piaget

Para Piaget el desarrollo es una construcción que tiene como punto de partida acciones; supera la asociación entre estímulos, ya que estos reflejan en forma distorsionada la realidad externa a la mente del sujeto. La estructura intelectual que caracteriza al sujeto en determinado estadio de desarrollo no posibilita únicamente la comprensión de un determinado intervalo de sucesos, ella también delimita lo que el sujeto puede comprender y aprender. Todo esfuerzo que se haga por enseñar al sujeto conceptos o fenómenos que van más allá de su estructura intelectual - que no pueden ser asimilados por ella -, serán infructuosos. Lo que se le enseña al sujeto solo se asimila realmente cuando da lugar a una reconstrucción activa o a una reinvención por parte de él.

Los niveles de desarrollo previos del sujeto subordinan al aprendizaje; las leyes que rigen el aprendizaje están subordinadas a las del desarrollo y a la evolución de las estructuras cognitivas de carácter lógico-matemático, no a la inversa.

La educación tiene como objetivo principal el constituir en cada uno de los estadios la adquisición del pensamiento formal característico de cada uno de ellos; los estadios evolutivos establecen en cada momento de la educación puntos de referencia y metas a las cuales llegar. En la educación escolar el objetivo primordial es el ayudar a construir las estructuras propias a cada uno de los estados evolutivos y todas las decisiones didácticas que se tomen (contenidos, actividades de aprendizaje, docentes, procedimientos evaluativos...) deben estar guiadas por ese principio.

La teoría de Piaget permite deducir para cual estadio está preparado el sujeto para aprender - dependiendo de la edad - y cuales tipos de aprendizaje están por fuera de su alcance, evitando con ello llevarlos al aula de clase. El análisis previo de los contenidos curriculares – competencias - permite adaptar los programas de tal forma que vayan de acuerdo al desarrollo del sujeto, algunas adaptaciones

son: secuenciación, diferenciación de contenidos, creatividad, autonomía del joven.

El estudiante es un sujeto activo que elabora la información y es capaz de progresar por sí mismo; el docente es un elemento que puede favorecer el desarrollo de los estudiantes con los cuales interactúa. Todo conocimiento y desarrollo cognitivo es producto de la actividad constructiva del sujeto; una actividad que es física y a la vez intelectual. El estudiante deja de ser pasivo cuando cruza los límites que solo le permiten recibir conocimientos; ellos precisan ser contruidos o reconstruidos para poder lograr ser comprendidos, evitando que se conviertan solo en memorización.

El “desajuste óptimo” se presenta cuando se da un conflicto, provocado por la implementación de actividades que no son apropiadas para el nivel de desarrollo; si estas actividades están situadas por encima del nivel de desarrollo, siendo un desafío para las estructuras del conocimiento que el sujeto utiliza para interpretar la realidad, creará un conflicto. La tarea del docente y su estrategia de intervención en la educación, es luego, el diagnosticar el nivel de desarrollo cognitivo de sus estudiantes, esto con el fin de proponer actividades que sean apropiadas para ese nivel. Pero este nivel no debe ser tan alto como para que el conflicto provocado sea tan grande que sea imposible de asimilar. Exige por parte del docente un mayor conocimiento del estudiante, para poder diseñar actividades que vayan de acuerdo a su nivel real de conocimiento.

2.1.2. Didáctica (Chevallard)

En el ámbito de la didáctica uno de sus autores más representativos es Chevallard, en la Didáctica de las Matemáticas (1985), Yves Chevallard retoma por su cuenta la idea de transposición didáctica, se interesa en la articulación que existe entre el docente, los estudiantes y el saber a impartir (matemáticas en este caso). Este sistema tripartita Chevallard lo denomina sistema didáctico y su

correspondencia la califica como relación didáctica. En la transposición didáctica se evidencia que “las partes del saber sabio pasan al saber enseñado” (Chevallard, 1985, p. 39), es decir del docente al estudiante.

Para que un sistema sea didáctico, para Chevallard (1985), debe estar constituido por: el saber, el docente y el estudiante; al comenzar el calendario escolar, se da inicio también a una variación de este; todos ellos giran en torno de la programación a impartir - saber a enseñar -, dando por hecho la renovación del compromiso didáctico docente-estudiantes; pero el sistema didáctico se encuentra enmarcado en un sistema de enseñanza y se ve confrontado continuamente al debate social.

La “noosfera” para Chevallard (1985) es aquel lugar donde se piensa el funcionamiento didáctico; esta se encuentra integrada por los docentes, coordinadores y rectores, a su vez los representantes de la sociedad: asociación de padres, acudientes de estudiantes, políticos. En palabras de Chevallard (1985) la noosfera es “la esfera de gentes que piensan”. (p. 23)

A comienzos de los años 90, Chevallard precisa que para expresar que un sistema sea didáctico, se necesita que todos los cuestionamientos posean solución y las respuestas sean suficientemente avaladas por la sociedad de la época; él expresa además que “obra” es aquella producción de carácter humano que aporta respuestas a una o varias preguntas, sean de carácter teórico o práctico, “que son las razones de ser de la obra” (Chevallard, 1997, p. 26)

La escuela es el lugar donde se inicia a los jóvenes en algunas obras de la sociedad; de esta manera Chevallard piensa que los saberes se deben renovar en la escuela y que el sondear del currículo se asocie al hecho de que hay obras obsoletas en muchas disciplinas de la educación.

Para re potencializar la escuela los saberes se deben pensar, asumiéndolos como si fueran las soluciones a las preguntas. Presumiendo que de encontrarse la pregunta de la cual ya se dispone la respuesta, esto implicaría que los saberes

enseñados en la escuela habría que renovarlos, para lograr que estas preguntas renueven esos programas.

En contraposición a lo expuesto por Chevallard, Caillot da a entender que en la sociología de los currículos, “los saberes sabios producidos por la comunidad científica” (Caillot, 1996, p. 229) no son los únicos con contenidos de enseñanza, ya que son el resultado de las exigencias de la sociedad de turno. “Lo que sobresale en la enseñanza no son las prácticas, es el saber sobre las prácticas”

Apoyando lo expresado por Caillot, (Joshua, 1996), dice que al pensar la razón de trabajo de la Didáctica de los diferentes Saberes como una correspondencia ternaria, se precisa que: las relaciones entre los diferentes mecanismos estén intervenidas por la otra, sus características, y las entidades donde se despliegan. Se puede inferir una hipótesis de esta perspectiva, consistente en pensar que la mecánica de los procesos didácticos se acopla a la hegemonía de una relación con un saber explícito. (p. 65)

Es la escuela la unidad de partida para la reflexión pedagógica; en ella se instruyen distintas disciplinas, que son expresiones de diferentes saberes científicos y cuyo objetivo primordial es evitar producir un sujeto dividido. El dilema del enlace interdisciplinario se encuentra esbozado con una forma muy singular a la perspectiva de Chevallard - las didácticas de las diferentes disciplinas científicas son parte de la Antropología -, estudian los procesos donde hay intencionalidad de enseñar un determinado saber, siendo esto un objeto de la realidad antropológica.

De acuerdo con todo lo anterior, este trabajo final tendrá como base: la teoría constructivista de Jean Piaget, el aprendizaje significativo de Marco Antonio Moreira y la transposición didáctica de Yves Chevallard; con las cuales se pondrá en práctica un proyecto de aula como propuesta didáctica para la enseñanza de las identidades trigonométricas.

2.1.3. Aprendizaje significativo (Moreira)

Desde la mirada del aprendizaje significativo y uno de sus autores más representativos Moreira (2000), con base a la estructura que el estudiante posea de significados anteriores, los nuevos materiales se deben relacionar de forma no reglamentaria y a- literal.

El docente y el estudiante necesitan de la conciencia semántica, para Moreira esta conciencia se encuentra en las personas, no en las palabras; el significado lo asignan las personas sea cual fuere el significado de las palabras.

A medida que el estudiante desarrolla esta conciencia, el aprendizaje será más significativo y crítico; no asumirá que las respuestas son de dos caras: ciertas o erradas, decisiones sí o no. Si el estudiante aprendió significativamente piensa en opciones, en lugar de cavilar decisiones de doble vía.

De ahí la importancia del conocimiento previo o significado previo en la adquisición de nuevos significados, para crear aprendizaje significativo y no mecánico. El significado tiene dirección, puede ser connotativo (de afuera hacia adentro, intencional, personal) o denotativo (de adentro hacia afuera, social); por lo tanto para que exista aprendizaje significativo los significados deben ser connotativos e idiosincrásicos.

Lo que percibimos y expresamos es porque creemos que existe en este mundo material, esta dualidad representa la idea de percepción/representación; el docente en muchos momentos lucha en contra de las percepciones de los estudiantes, cada uno de ellos percibe de forma única lo que él trata de transmitir (enseñar).

El docente también es un perceptor, lo que transmite es producto de sus percepciones, la comunicación (docente- estudiante) solamente será posible en la medida en que los dos perceptores acuerden percibir los materiales educativos del Curriculum en forma análoga; para ello se hace indispensable e importante la interacción personal.

Es de resaltar algunos de los principios fundamentales para que exista aprendizaje significativo: el no uso del tablero, actividad participativa del estudiante y el diversificar las estrategias para la enseñanza del tema o temas propuestos. Todo lo anterior lo expresa Moreira en su conferencia dictada en el III Encuentro internacional sobre Aprendizaje Significativo, Lisboa (Peniche), 11 a 15 de Septiembre de 2000.

2.2. Marco Conceptual – Disciplinar

Para el desarrollo de este marco se tendrán en cuenta el siguiente grupo de conceptos fundamentales: Enseñanza para la comprensión, Relaciones trigonométricas, Resolución de problemas, Estrategias metodológicas, El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, Que es una propuesta metodológica, Tópicos generativos.

Conceptos que son propios del tema en el cual se aplicó el trabajo de investigación final y sustentada en las diferentes teorías.

2.2.1. Enseñanza para la comprensión

Patiño (2012) afirma que la enseñanza para la comprensión es una propuesta metodológica cuyo objetivo principal es desarrollar sujetos que sean capaces de pensar, actuar y usar sus conocimientos por si solos; de forma responsable y capaces de solucionar problemas de su vida cotidiana. (p 1)

De hecho Patiño citando a Vásquez (2011) afirma que este modelo busca que la enseñanza y el aprendizaje posean algunas características como: que sean significativas, contextualizadas, interdisciplinarias, de diálogo, reflexivas y adaptadas a las necesidades del sujeto. Todo lo anterior requiere que en el aula

haya un ambiente que haga posible la participación activa de cada uno de los estudiantes y además haga que el docente se cuestione diariamente “sobre su quehacer educativo”. (p 4)

Esta corriente de tipo constructivista, tiene como finalidad que el estudiante piense y actúe en forma reflexiva, logrando con ello aplicar sus conocimientos a un determinado contexto; interiorizar estos nuevos conocimientos, llevándolos a su lenguaje y transformarlos a la nueva aplicación o reflexión. Patiño (2012) retoma lo expresado por Perkins (1998) “...comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe. [...] la comprensión de un tópico es la capacidad de un desempeño flexible” (p 4)

Para Patiño (2012) la EpC se encuentra estrechamente ligada a la capacidad que tienen los individuos de dominar los conocimientos, logrando con ello aplicarlos a otras instancias; la transferencia de esos conocimientos a otros contextos con su respectiva explicación y la sustentación de hipótesis se le conocen como uso del pensamiento. (p 5)

Al interior de la Enseñanza para la comprensión se plantean algunas preguntas y de ellas surgen estos conceptos:

- Tópicos Generativos, son los temas centrales (ejes temáticos y núcleos problemáticos) de la disciplina que hacen reaccionar al docente, que lo motivan en la buena formación de sus estudiantes.
- Metas de comprensión, ellas son el reflejo de las experiencias adquiridas por las actividades que el estudiante realiza, las hace públicas.
- Desempeños de comprensión, son las actividades que “obligan” a pensar y actuar con el conocimiento, muestran los aprendizajes y la comprensión del estudiante.
- La evaluación, debe ser continua y referida a las metas y desempeños de comprensión trazadas por el docente.

2.2.2. Relaciones trigonométricas

Este es uno de los tópicos disciplinares en los cuales se sustenta este trabajo final, para Montalvo (2012) “la historia de la trigonometría y de las funciones trigonométricas podría extenderse por más de 4000 años. Los babilonios determinaron aproximaciones de medidas de ángulos o de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos”; expresa además que: “Hiparco es uno de los grandes astrónomos griegos, la trigonometría tiene aparentemente sus inicios con sus trabajos, debe recordarse que en los días de Hiparco no existía tal cosa como las “razones trigonométricas”. Los griegos y, después de ellos, los hindúes y los árabes utilizaron “líneas” trigonométricas”. (p 11)

Pero según Bouciguez (2013):

El origen de la Trigonometría se debe a los indios y egipcios; pero los verdaderos impulsores fueron los árabes que por razones religiosas se les plantearon problemas de orientación y determinación de fechas y horas, perfeccionando aspectos astronómicos y con ello la Trigonometría, fueron quienes la divulgaron en la Edad Media”. (p. 1)

En ambas apreciaciones se nota que están de acuerdo en que los árabes fueron los que le dieron un verdadero impulso a la trigonometría, pero uno de los griegos que más se destacó fue Ptolomeo y su “Tabla de cuerdas”, de la cual se dice que es la primera tabla trigonométrica.

Montalvo (2012) afirma que “los egipcios usaban una especie de trigonometría primitiva en la construcción de las pirámides”, hecho del cual se tiene conocimiento, ya que la mayoría de ellas son de forma triangular. La trigonometría se usaba en esos tiempos básicamente para la astronomía, de gran uso para llevar el registro “de la salida y puesta de las estrellas, del movimiento de los planetas y de los eclipses solares y lunares, todo lo cual requiere familiaridad con la distancia angular medida en la esfera celeste”. (p. 15)

Además Montalvo (2012) dice que “es muy difícil describir con certeza el comienzo de la trigonometría. . . . En general, se puede decir que el énfasis se colocó primero en la astronomía, a continuación, pasó a la trigonometría esférica, y se trasladó finalmente a la trigonometría plana”. (p 33)

Se tiene conocimiento que las primeras tablas trigonométricas datan de 1490, por Georg von Feuerbach (1423 a 1461), además que su discípulo Johann Müller (1436-1476) en su “libro” De Trianguliso omnimodis libri quinque (de los triángulos de todo tipo en cinco libros, a.C. 1464), amplió el tema tomando como punto de partida axiomas geométricos básicos que lo llevan a definir la función seno; con ello mostró, para esa época, como solucionar triángulos rectángulos, “utilizando el seno de un ángulo o el seno de su complemento (el coseno)”.

Para el siglo XVI se habla de la trigonometría plana elemental como las relaciones de tipo cuantitativo que se da entre los ángulos y los segmentos de línea, de un triángulo; de sus partes griegas trígono = triángulo y metrón = media. Se debe tener en cuenta que una relación tiene como fundamento las razones que se dan dentro de un triángulo y que una razón matemática por definición es una correspondencia que se da entre dos magnitudes (números), cuando una de ellas se divide respecto a la otra, es decir, es una fracción.

En la trigonometría se presentan las razones trigonométricas, que están definidas para un determinado ángulo de un triángulo rectángulo; además se debe tener en cuenta que ellas son independientes de la medida de los lados, ellas dependen únicamente del ángulo dado; la trigonometría tiene como objetivo el estudio de “los problemas relativos a la medida de los elementos de los triángulos estableciendo una correspondencia entre las magnitudes susceptibles de medición lineal y las angulares mediante la introducción de las razones trigonométricas” (Bouciguez, p. 5).

Para mediados del siglo XVII y comienzos del XVIII se da la aparición de la trigonometría analítica, esto debido a que la trigonometría pasó de ser uso exclusivo de la astronomía para estudiar otros fenómenos de la naturaleza como

las oscilaciones, de gran utilidad para la navegación y los relojes de precisión; para ello los científicos estudiaron el péndulo y los resortes.

De lo anterior se deduce que la trigonometría no solo fue importante para la astronomía y la resolución de triángulos, sino también para: el tiro parabólico, la navegación, el sonido, la óptica.

En el medio educativo los elementos de trigonometría son de vital importancia para el estudio de la función trigonométrica. La enseñanza de la trigonometría, o la enseñanza de los primeros conceptos ligados a la función trigonométrica, son abordadas a partir de la media (secundaria), de modo que las concepciones que se adquieren en este nivel son básicos, ya que hacen parte de las columnas que soportan la estructura para adentrarse al estudio de la función trigonométrica en el nivel medio superior. Pero, cuando se plantea una actividad de enseñanza de un tema o concepto matemático, se espera que el estudiante logre asociarle un significado al concepto nuevo por aprender; sin embargo estas esperanzas se ven truncadas debido a muchos factores contextuales: hogar, medio social, institución.

2.2.3. Resolución de problemas

Teniendo como base lo definido en la Enseñanza para la Comprensión y lo expresado por Barboza (2010), históricamente es uno de los factores que más ha influido en el desarrollo de las matemáticas. A comienzos de los años 80 el NCTM (National Committee of Teachers of Mathematics) de los Estados Unidos de Norteamérica recomendó que este debía ser una de los principales objetivos para la enseñanza en las escuelas". (p. 2)

Desde la publicación de esas recomendaciones, como lo afirma Barboza (2010), "la mayoría de los congresos, cursos y seminarios, tanto nacionales como internacionales, vienen dando una importancia muy grande a este tema en todos los niveles de la enseñanza". (p. 2)

De lo anterior se infiere que la resolución de problemas se ha tomado como el eje del conocimiento matemático, desarrollando la creencia de que “hacer matemática es resolver problemas”. En acuerdo con Barboza (2010), “al resolver problemas se aprende a matematizar”, el cual es y será uno de los objetivos básicos en la formación de los estudiantes; al lograr esto el estudiante: aumenta su confianza, es más “terco” y creativo, inquieto. Por lo tanto, la resolución de problemas es uno de los 5 procesos generales que es más estudiado e investigado en educación. (p. 2)

Algunas de las finalidades de la resolución de problemas: pensamiento productivo del estudiante, desarrollo de su razonamiento, técnicas para enfrentar nuevas situaciones, que el estudiante interaccione con las aplicaciones de la matemática, que las clases sean más interesantes y desafiantes, nuevas estrategias para su solución, que el – la estudiante tenga unas buenas bases. Para ello, la resolución de problemas depende a que tipo pertenezca.

❖ Tipos de problemas

Según Barboza (2010), se presentan infinidad de tipos de problemas, entre rutinarios y no rutinarios:

- Rutinario cuando se puede resolver aplicando directa y mecánicamente una regla que el estudiante no tiene ninguna dificultad para encontrar; regla que es dada por el docente o el texto guía; sin invención o desafío para la inteligencia del estudiante. Solo desarrolla la práctica y mecanización.
- No rutinario cuando exige cierto grado de creación y originalidad por parte del estudiante. Su resolución puede exigirle un esfuerzo real, pero no lo hará si no tiene razones para ello, el problema debe: tener un sentido y un propósito, depender de situaciones u objetos que le sean familiares. (p. 3)

Los contextos de los problemas deben ser variados (familiares, escolares, de la comunidad, científicos, laborales), reales para que la matemática sea de carácter significativo y funcional. El problema debe ser rico en contenidos, para que al estudiante le sirva de retroalimentación y análisis de la solución encontrada

Para Barboza (2010), la motivación es una fuente muy importante en la resolución de problemas, esta es provocada básicamente por dos situaciones: el problema a resolver y la curiosidad por resolverlo. Lo que hace que ella funcione radica en: la experiencia previa, los conocimientos disponibles, el desarrollo de la intuición y el esfuerzo que se realiza para lograr la solución; todo lo anterior refuerza lo que se llama voluntad. (p. 4)

❖ El proceso de resolución de problemas

Para este proceso se distinguen varias propuestas para su enseñanza, sus representantes más distinguidos: Dewey, Pólya, De Guzmán y Schoenfeld.

Tabla 2.2 -1 Representantes y propuestas para la resolución de problemas

- John Dewey (1933) señala las siguientes fases en el proceso de resolución de problemas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se siente una dificultad: localización de un problema. 2. Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto. 3. Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución. 4. Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas. 5. Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba.
- El plan de George Pólya (1945) contempla cuatro fases principales para resolver un problema:	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comprender el problema. 2. Elaborar un plan. 3. Ejecutar el plan. 4. Hacer la verificación.
- Miguel de Guzmán (1994) presenta el siguiente modelo :	<ol style="list-style-type: none"> 1. Familiarízate con el problema. 2. Búsqueda de estrategias. 3. Lleva adelante tu estrategia. 4. Revisa el proceso y saca consecuencias de él.

Blog de Formación Inicial Docente <http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/>

2.2.4. Estrategias metodológicas

Se entiende por estrategia metodológica aquellas secuencias que van integradas de procedimientos y recursos, que son utilizados por el educador con el fin de lograr que el estudiante desarrolle capacidades de adquisición, interpretación y procesamiento de información; así mismo el uso de ellas para: la generación de nuevos conocimientos y el uso para su desempeño diario.

Las estrategias tienen como finalidad el lograr estimular al estudiante para que: observe, analice, opine, formule hipótesis, busque soluciones y descubra el conocimiento por sí mismo.

Se debe tener en cuenta que para la enseñanza de las matemáticas existen muchas estrategias metodológicas, tales como: resolución de problemas, actividades lúdicas y modelaje. Además que ellas tienden a proponer el uso de diferentes recursos para lograr que los estudiantes desarrollen sus habilidades y en busca de que sean: activos, curiosos, debatientes, con toma de decisiones, no egoístas con su conocimiento y que trabajen en equipo.

Para este trabajo final se hará uso de la resolución de problemas, como estrategia metodológica, apoyado en lo expresado por POLYA; para Barboza (2010), el plan elaborado por George Pólya “es un conjunto de cuatro pasos y preguntas que orientan la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede tener un problema” (p. 7), este plan da un derrotero para lograr enfrentar un problema eficazmente y con ello aprender de esa experiencia.

Tal plan tiene como principio fundamental el que el sujeto, al hacer uso de este método, “examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces; lo que Pólya denominó pensamiento productivo”. (p. 7). El hacer uso de esos pasos no es garantía de llegar a la solución correcta del problema, pero su uso continuo es factor fundamental para un avance significativo.

Estos cuatro pasos se pueden utilizar como si fuera un algoritmo matemático, definido por Barboza (2010) como “un conjunto de instrucciones o pasos que sirven para ejecutar una tarea y/o resolver un problema” (p. 7)

Así mismo Barboza (2010) retoma una apreciación hecha por Pólya, la cual dice que para desarrollar la capacidad de resolución de problemas, es fundamental estimular en los estudiantes el interés por los problemas, así como también proporcionarles muchas oportunidades de practicarlos. (p. 7)

A continuación se describen cada una de esas fases:

Fase 1. Comprender el problema. Esta fase se puede sustentar en las siguientes preguntas, según Barboza (2010):

- ¿Qué dice el problema? ¿Qué pide?
- ¿Cuáles son los datos y las condiciones del problema?
- ¿Es posible hacer una figura, un esquema o un diagrama?
- ¿Es posible estimar la respuesta? (p. 8)

Fase 2. Elaborar un plan. Para ello se pueden plantear las siguientes preguntas:

- ¿Recuerda algún problema parecido a este que pueda ayudarle a resolverlo?
- ¿Puede enunciar el problema de otro modo? Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
- ¿Usó todos los datos?, ¿usó todas las condiciones?, ¿ha tomado en cuenta todos los conceptos esenciales incluidos en el problema?
- ¿Se puede resolver este problema por partes?
- Intente organizar los datos en tablas o gráficos.
- ¿Hay diferentes caminos para resolver este problema?
- ¿Cuál es su plan para resolver el problema? (p. 8)

Fase 3. Ejecutar el plan. Después de estar el plan elaborado se debe ejecutar solucionando las operaciones en el orden previamente establecido, llevando a cabo la verificación de cada uno de los resultados; paso siguiente aplicar cada una

de las estrategias pre-elaboradas, con sus diagramas, tablas o gráficas. De ser negativo el resultado del plan se dará inicio nuevamente sin devolverse por los pasos dados, buscar nuevas estrategias.

Fase 4. Mirar hacia atrás o hacer la verificación. En este paso, según Barboza (2010), se realiza “el análisis de la solución obtenida, no sólo en cuanto a la corrección del resultado sino también con relación a la posibilidad de usar otras estrategias diferentes de la seguida, para llegar a la solución. Se verifica la respuesta en el contexto del problema original”.

Además se pueden realizar otras preguntas, como:

- ¿Su respuesta tiene sentido?
- ¿Está de acuerdo con la información del problema?
- ¿Hay otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede utilizar el resultado o el procedimiento que ha empleado para resolver problemas semejantes?
- ¿Se puede generalizar? (p. 8-9)

2.2.5. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

Este trabajo final tiene como base fundamental lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional en los estándares curriculares de matemáticas, en donde se define el pensamiento variacional como la forma de reconocer, percibir, identificar y caracterizar la variación y el cambio en diferentes contextos; su descripción, modelación y representación en los diferentes sistemas o registros con símbolos, tales como: los verbales, de iconos, gráficos o algebraicos.

El pensamiento variacional cumple un importante rol dentro de la resolución de problemas que tengan sustentación en la variación, el cambio y modelación de aquellos procesos de la vida cotidiana. Tiene desarrollo e interacción con los otros tipos de pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico y el aleatorio).

Tiene inicio con el estudio y análisis de regularidades, de las reglas que las rigen y así poder definir su periodicidad. Estas regularidades están plasmadas en sucesiones o secuencias que se pueden observar en: objetos, formas, sonidos; presentes en un patrón u orden.

En este orden de ideas tiene gran importancia la visualización, exploración y manipulación de esos números y figuras en la cual se está basando la generalización; se puede tomar este orden como base del “aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos”

El estudio de estos patrones tiene estrecha relación con conceptos como: constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia. De aquí se desprenden otros conceptos como: que permanece constante, variables que intervienen y las relaciones entre ellas.

Al relacionarse el pensamiento variacional con los sistemas algebraicos, es una clara muestra que el álgebra como sistema de representación es muy fuerte y no es solamente un montón de palabras y símbolos que se pueden interpretar como si fuera un juego.

El aprendizaje del algebra se hace interesante en cuanto al uso, con un sentido lógico, de “sus objetos algebraicos (variables, constantes, parámetros, términos, fórmulas y otras expresiones algebraicas como las ecuaciones e inecuaciones, y los sistemas de ecuaciones o de inecuaciones)”.

2.2.6. Que es una propuesta metodológica

La propuesta metodológica se encuentra relacionada con la didáctica y la relación docente estudiante: Contenido, Métodos, Medios y formas de evaluación.

- Contenido: del tema investigado
- Métodos: en los cuales se va a basar la propuesta
- Medios: que se van a utilizar
- Formas de evaluación: encuestas, entrevistas

Para este trabajo final la propuesta metodológica es un Proyecto de Aula (propuesta didáctica)

La propuesta tiene como base un modelo de enseñanza (proyecto de aula), de cómo se evidencian los resultados de ella en la institución educativa. Para González (2002), “el proyecto de aula es una propuesta didáctica fundamentada en la solución de problemas, desde los procesos formativos, en el seno de la academia”, dando a entender con ello que se da desde el aula con los estudiantes y como una propuesta didáctica que tiene como fundamentación la solución de problemas. (p. 1)

Se debe pensar este proyecto viviendo el presente y evocando el pasado para poder tener un futuro mejor; el proyecto de aula es una guía, que se pensó con una acción bien intencionada. El aula como tal es el lugar en donde un grupo humano tiene un encuentro diario, con el fin de entablar “lazos de comunicación en torno a un conocimiento” (p. 1)

Es el mediador entre lo nuevo y lo de antaño, teniendo como sentido principal el currículo cultural de los seres humanos para que él “adquiera un sentido formativo con orientación específica”. Se ha manifestado desde hace mucho tiempo que la didáctica es la encargada de unificar los procesos de enseñanza y aprendizaje y el proyecto de aula por ser considerada una propuesta didáctica, cumple con lo expresado anteriormente.

Para que se presente el conocimiento es indispensable que se dé la dualidad actividad-lenguaje; él como tal tiene su proceso de construcción gracias a las experiencias vividas y de la divulgación de tales experiencias; retomando lo expresado por González (2002) sobre Martí “solo el que hace, sabe” (p. 2). Una de las formas de producir el hacer es por medio de la lectura, este proceso requiere o precisa de la comprensión, análisis e interpretación que hace el docente por medio de su competencia lectora.

El proyecto de aula como propuesta didáctica se encarga de que los estudiantes se comuniquen haciendo y que realicen por su medio una “transposición de las ciencias hacia su enseñanza a través de preguntas”; pero con una condición esencial que ellas deben surgir como solución a un determinado problema. Para reafirmar lo anterior González (2002) se basa en lo expresado por Pardinás (1984) “Un problema es una pregunta surgida de una observación más o menos estructurada, la pregunta que se hace puede tomar diferentes formas de acuerdo al objetivo perseguido.” (p. 2)

Para hallar la solución de un problema se hace uso del proceso de investigación-acción educativa, el docente investigador, como tal, debe estar preparado. Así mismo en la solución de problemas “se hace uso de la lógica y de los conocimientos que las ciencias han producido para la humanidad: el conocimiento, bien sea científico, técnico, tecnológico, artístico o empírico, en su construcción, en su resultado y en su aplicación” (p. 3)

González (2002) afirma que el proyecto de aula se estructura en tres momentos: la contextualización, lo metodológico y lo evaluativo. (p. 3); cada uno de esos momentos es fundamental para que el proyecto cumpla con lo presupuestado por el docente.

- En la contextualización se acuerdan varios aspectos como son: el **problema** a intervenir, el **objeto** real de estudio, el **objetivo** (propósito a formar en los estudiantes) de la intervención y los **conocimientos** que de la intervención van a surgir.

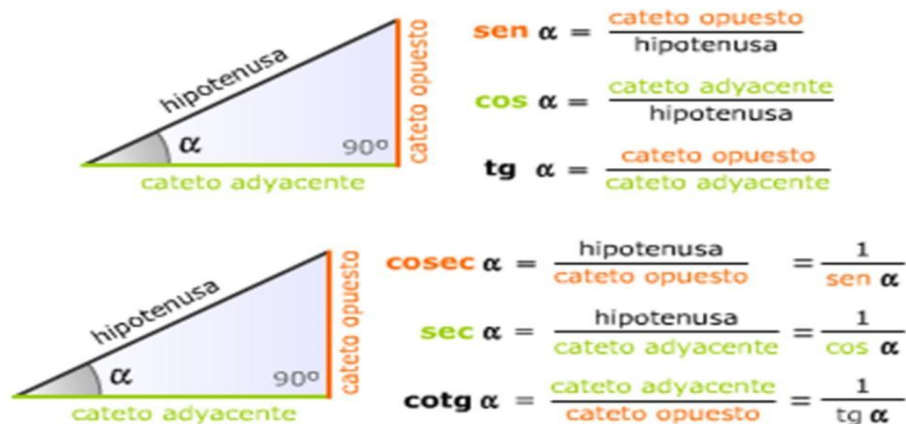
- En el metodológico se relata: el **método** o modo en que se van a realizar las actividades y la forma en la que los grupos humanos se van a comunicar, para apropiarse de esos conocimientos; el **grupo**, haciendo una descripción de la relación docente-estudiante y los **medios** o herramientas con las cuales va a contar el proyecto.
- Por último el momento evaluativo sirve para certificar el logro del objetivo mediante la solución del problema guía el diseño de las actividades e indicando los resultados obtenidos.

2.2.7. Tópicos Generativos

Teniendo presente que los **tópicos generativos** son aquellos contenidos, argumentos, nociones, ejes, que hacen posible que el estudiante realice conexiones, signifique y adquiera una gran variedad de representaciones para la adquisición de un determinado tema específico; se detalla a continuación los más representativos para este trabajo final.

- **Razones trigonométricas:** están definidas para un determinado ángulo de un triángulo rectángulo, se debe tener en cuenta que ellas son independientes de la medida de los lados, ellas dependen únicamente del ángulo dado.

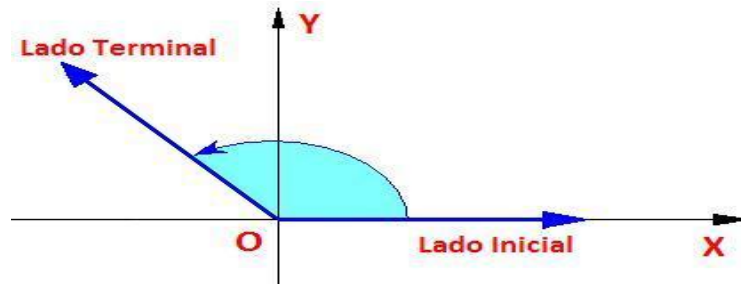
Figura 1 Razones trigonométricas



<https://matesnoaburridas.files.wordpress.com/2015/01/razones-trigonometricas.jpg>

- **Ángulo:** es el que se forma al hacer rotar un rayo, con respecto a otro, sobre un punto fijo llamado vértice.

Figura 2. Trazado de ángulos positivos

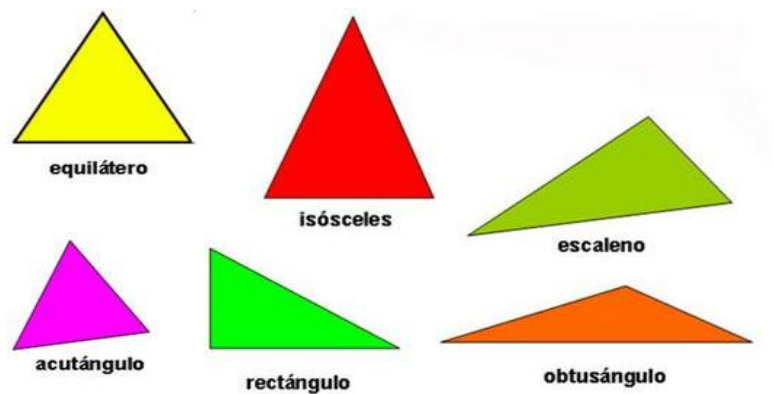


[http://4.bp.blogspot.com/-Q__2zXuyFHs/Tee2Yrhs7kl/AAAAAAAAIqk/-](http://4.bp.blogspot.com/-Q__2zXuyFHs/Tee2Yrhs7kl/AAAAAAAAIqk/-DruaoFg6Ow/s1600/Angulo%2Ben%2BPosici%25C3%25B3n%2BEst%25C3%25A1ndar.JPG)

[DruaoFg6Ow/s1600/Angulo%2Ben%2BPosici%25C3%25B3n%2BEst%25C3%25A1ndar.JPG](http://4.bp.blogspot.com/-Q__2zXuyFHs/Tee2Yrhs7kl/AAAAAAAAIqk/-DruaoFg6Ow/s1600/Angulo%2Ben%2BPosici%25C3%25B3n%2BEst%25C3%25A1ndar.JPG)

- **Triángulo:** figura geométrica de tres lados, se puede clasificar por sus lados o por sus ángulos.

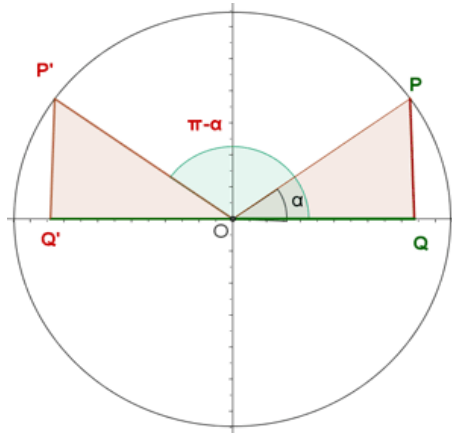
Figura 3. Los triángulos y sus características



<http://ceibal.elpais.com.uy/wpcontent/uploads/2012/08/Triangulos.jpg>

- **Reducción al primer cuadrante:**

Figura 4. El círculo goniométrico



De acuerdo con la gráfica y teniendo en cuenta que
ángulo relacionado de un ángulo α es:

$0 < \alpha < 180^\circ$ el

α , si $0 < \alpha < 90^\circ$

$180^\circ - \alpha$, si $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

$\alpha - 180^\circ$, si $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

$360^\circ - \alpha$, si $270^\circ < \alpha < 360^\circ$

El ángulo de referencia de 230° es: $230^\circ - 180^\circ = 50^\circ$

El ángulo de referencia de 315° es: $360^\circ - 315^\circ = 45^\circ$

- **Ángulo de referencia:** un ángulo de referencia de un ángulo dado θ en posición normal es el ángulo agudo β , determinado por el lado terminal

de θ y el eje X, teniendo en cuenta el signo de las coordenadas en el cuadrante donde cae el lado terminal.

- **Identidades fundamentales:** toda expresión matemática que contenga símbolos como $\text{Sen } \theta$, $\text{Cos } \theta$, $\text{Tan } \theta$, $\text{Cot } \theta$, $\text{Sec } \theta$, $\text{Csc } \theta$ se denomina una expresión trigonométrica. Las identidades trigonométricas son ecuaciones que se satisfacen para todos los valores permitidos del ángulo involucrado en ellas.

Por cociente

$$\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta}$$

Recíprocas

$$\csc \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

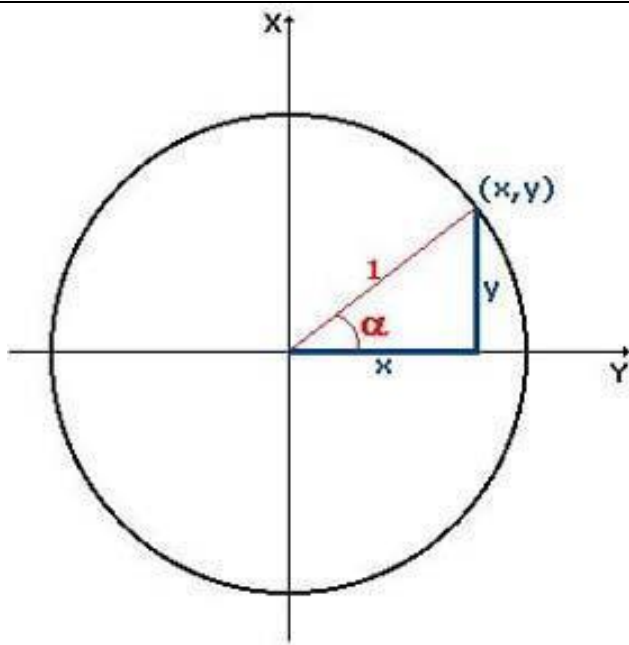
Pitagóricas

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

- **Función circular:** al hallar las razones trigonométricas en cualquier triángulo rectángulo ABC con un ángulo agudo A común a ellos, los valores de las seis razones están determinadas en forma única.



$$\text{sen } \alpha = y$$

$$\text{cosec } \alpha = \frac{1}{y}$$

$$\text{cos } \alpha = x$$

$$\text{sec } \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{x}{y}$$

sen a : "seno circular del ángulo a", o, simplemente, "seno de a"

Función seno: $f(x) = \text{Sen } x$

cos a : "coseno circular del ángulo a", o, simplemente, "coseno de a"

Función coseno: $f(x) = \text{Cos } x$

tg a : "tangente circular del ángulo a", o, simplemente, "tangente de a"

Función tangente: $f(x) = \text{tg } x$

ctg a : "cotangente circular del ángulo a", o, simplemente, "cotangente de a"

Función cotangente: $f(x) = \text{ctg } x$ (inversa de la tangente)

sec a : "secante circular del ángulo a", o, simplemente, "secante de a"

Función secante: $f(x) = \text{sec } x$ (inversa del coseno)

cosec a : "cosecante circular del ángulo a", o, simplemente, "cosecante de a"

Función cosecante: $f(x) = \text{cosec } x$ (inversa del seno)

Tomado de: <http://casanchi.com/mat/fcirculares01.htm>

- **Gráficos de Seno y Coseno**

Figura 5. Gráfica Función Seno

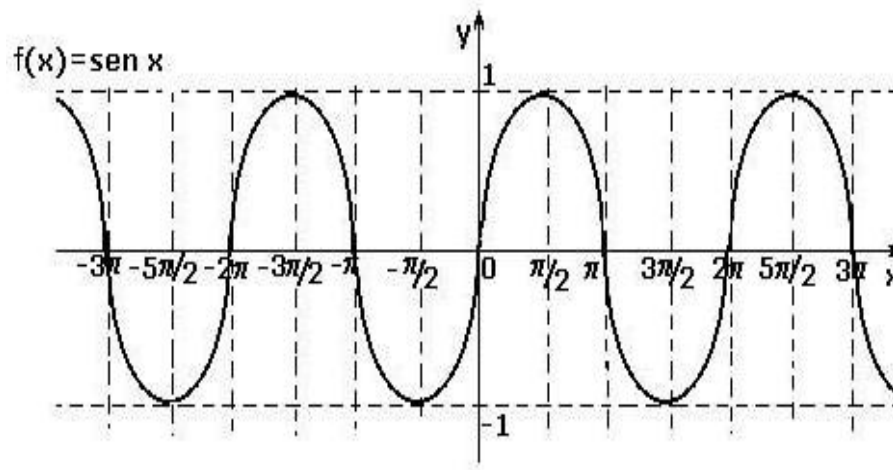
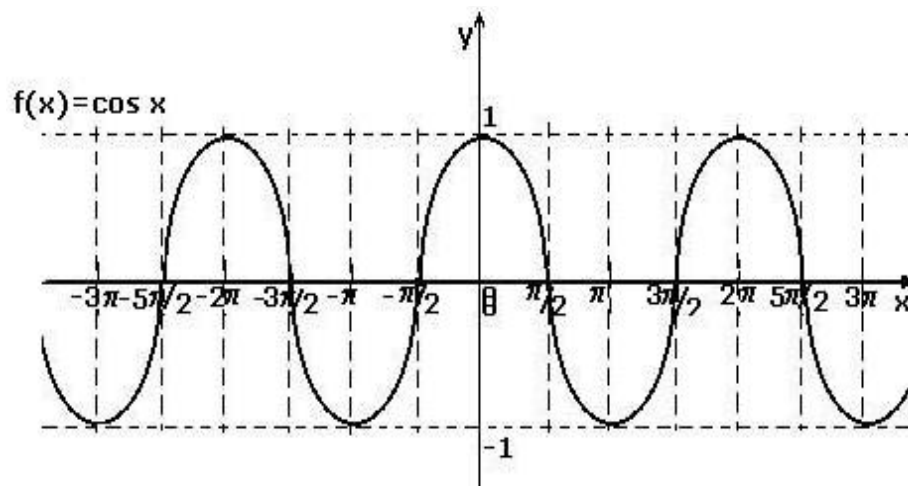


Figura 6. Gráfica Función Coseno



Tomado de: <http://casanchi.com/mat/fcirculars01.htm>

- **Sistemas de medición:** las unidades de medida de ángulos más conocidas son los grados, minutos y segundos. Este tipo de medidas está basado en la división en partes iguales de una circunferencia. Las equivalencias son las siguientes:

360° : un giro completo alrededor de la circunferencia

180° : media vuelta alrededor de la circunferencia

90° : un cuarto de vuelta

1° : $\frac{1}{360}$ de vuelta

También se puede definir otra unidad angular: el radián (rad), sus medidas:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

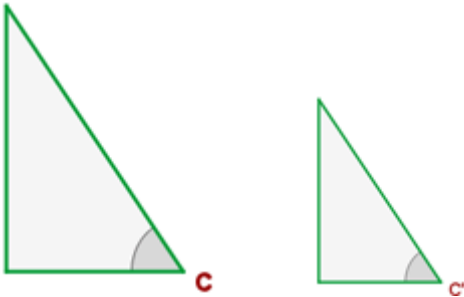
$$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

- **Semejanza entre triángulos:** Dos triángulos rectángulos son semejantes comparando dos de sus partes diferentes del ángulo recto.

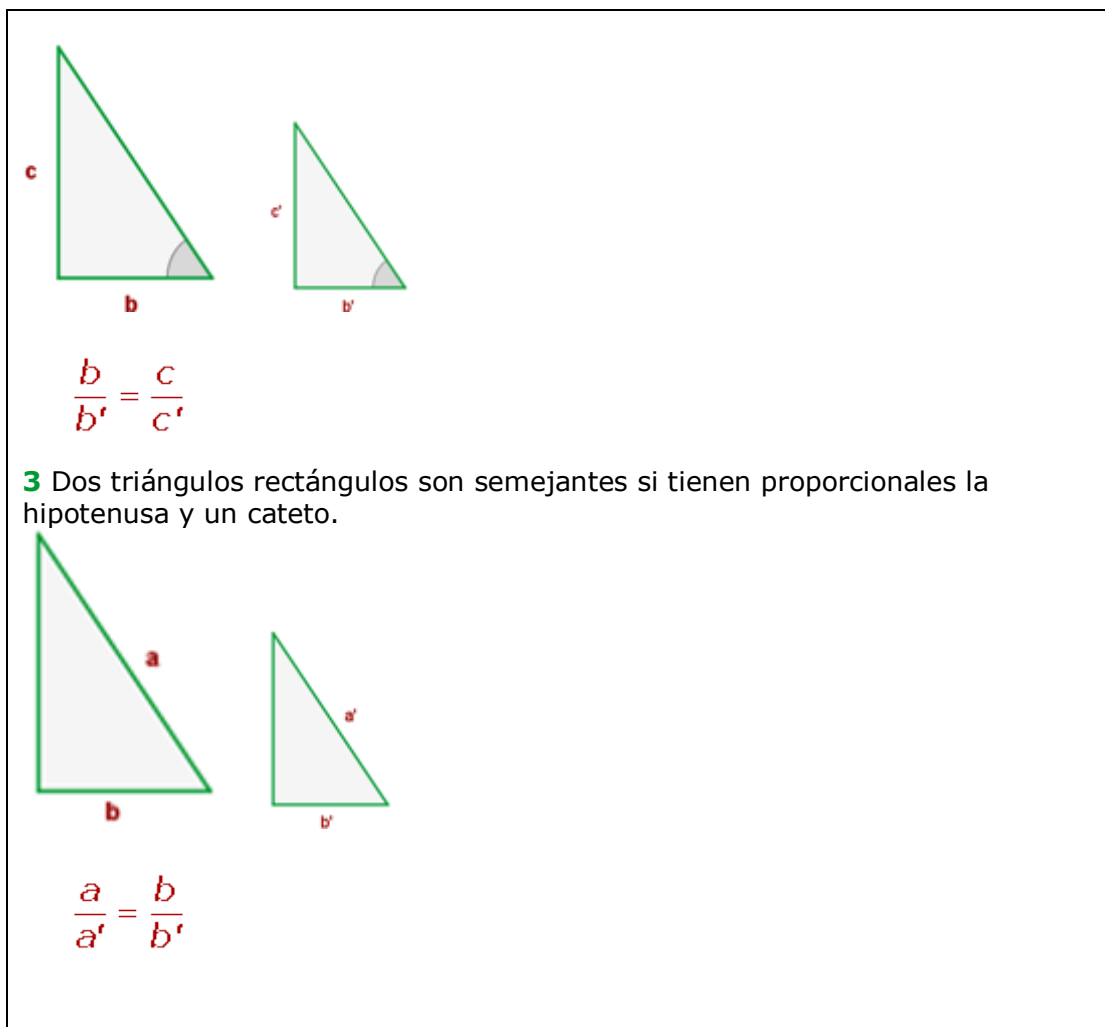
Figura 7. Postulados de triángulos semejantes

1 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo igual.



$C = C'$

2 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen los dos catetos proporcionales.



Tomado de: www.vitutor.com/geo/eso/ss_4.html

El marco disciplinar también tiene como base los estándares y lineamientos curriculares en Matemáticas, elaborados por el MEN fundamentado en la enseñanza de la trigonometría y con énfasis en las identidades trigonométricas (sencillas y cuadráticas).

- **Procesos generales**

Estos no obedecen a clasificaciones que sean de tipo excluyente, sus procesos matemáticos acatan los siguientes parámetros:

“La resolución y el planteamiento de problemas, el razonamiento, el dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones y el

justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas” (MEN, 1998, p. 54).

- **Grados de la media vocacional**

Para estos grados de la media vocacional se busca brindar a los estudiantes un cumulo de experiencias para que desarrollen su sentido lógico, logrando con ello que expresen hipótesis, conjeturas, argumentaciones, inferencias, hallar supuestos ocultos, realizar demostraciones, dar contraejemplos.

Se busca además que propicien razonamientos inductivos y deductivos en alguna(s) de sus experiencias, analizando afirmaciones de su vida cotidiana y argumentando con razones válidas. (MEN, 1998, p. 66-67)

- **La formulación, tratamiento y resolución de problemas**

Todo tipo de situación problema conlleva al contexto inmediato en donde el quehacer matemático tiene sentido, en lo posible que las situaciones que se analicen estén relacionadas a experiencias cotidianas, que sean más significativas para los estudiantes.

Entre más complejas y atractivas sean las situaciones problema incentivará al estudiante a desarrollar su capacidad de estudio y análisis de ellas, llevando con ello a que incrementen su poder de invención, formulación y solución de problemas matemáticos; todo lo anterior es básico para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas. (MEN, 1998, p. 52)

- **La modelación**

En los últimos tiempos la sociedad ha experimentado un sin numero de cambios, esta pasó de ser industrial a estar sustentada por los medios informáticos; este salto conlleva a que los conceptos matemáticos que se imparten en las diferentes

instituciones se deban transformar, pretendiendo con ello que los estudiantes actuales sean ciudadanos que se sientan realizados y sean productivos. En la actualidad - era informática -, se enfatiza en la búsqueda y construcción de modelos matemáticos; es de reconocer que la tecnología moderna no se habría podido desarrollar sin las matemáticas. (MEN, 1998, p. 75-76)

La tecnología posibilita el aprendizaje de procedimientos en los cuales el estudiante demuestra modos de saber hacer, facilitando que el aplique estos conocimientos a la vida diaria por medio de las matemáticas. (MEN, 1999, p. 81)

- **Estándares de Matemáticas**

En estos estándares se puede dilucidar claramente los métodos que se visualizaron en el currículo del área de Matemáticas, tales como: formular y resolver problemas; comunicar; razonar; modelar procesos y fenómenos de la realidad y formular comparar, y ejercitar procedimientos y algoritmos. (MEN, 2003, 2006, p. 51)

Al aflorar las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo, estas superan aquellos aprendizajes de carácter pasivo ya que suscitan enlaces accesibles que son atractivos a las capacidades intelectuales de los estudiantes, facilitándoles: buscar, definir, interpretar, modelar problemas, crear y usar materiales que sean representativos y de avances tecnológicos. (MEN, 2003, 2006, p. 72-73)

El aprovechamiento de los recursos didácticos en cuanto a su variedad y eficacia –materiales o virtuales-, para cimentar las situaciones problemas de las matemáticas. Si se dispone de estos recursos su correcto uso debe ser analizado en términos de los elementos procedimentales y conceptuales, de lo contrario se deben crear o construir. (MEN, 2003, 2006, p. 74-75)

Tabla 2.2-2 ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS GRADO 10º

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS
Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales...	Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono...

FUENTE: Tomado de: (MEN, 2003, 2006, p 88)

Tabla 2.2-3 ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS GRADO 10º

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS	PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos....	Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación....	Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos....

FUENTE: Tomado de: (MEN, 2003, 2006, p 89)

Teniendo en cuenta todo lo expresado anteriormente, este trabajo final se sustentará, dentro del marco conceptual en los siguientes aspectos: la enseñanza para la comprensión de David Perkins, la historia de la trigonometría, la resolución de problemas, las estrategias metodológicas de George Pólya, el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, el proyecto de aula como propuesta metodológica; y dentro del marco disciplinar: los estándares y lineamientos curriculares desarrollados por el Ministerio de Educación Nacional.

2.3. Marco Legal

A continuación se hará la fundamentación a nivel del contexto internacional.

2.3.1. Contexto Internacional

- Aportes para la enseñanza de la Matemática, publicación de la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO Santiago) y del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación – LLECE. Santiago, Chile; enero, 2009: Se busca con ello que la escuela contribuya al La escuela debe contribuir al perfeccionamiento del uso de conceptos, representar y procesos matemáticos.
- Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática JOSÉ MANUEL RUIZ SOCARRAS Universidad de Camagüey, Cuba. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653): Como hacer un correcto uso de los distintos procesos de enseñanza y aprendizaje, para que la matemática se involucre a los problemas adquiridos diariamente en la vida cotidiana, hallando sus posibles soluciones.
- Dialnet: Didáctica de las matemáticas María Soto Serrano. dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2282535.pdf. Unesco: Para poder adquirir los conceptos matemáticos a través de los fenómenos, es necesario un paso intermedio y propio de las instituciones escolares: la constitución de objetos mentales.
- ¿Cómo mejorar el desempeño de los estudiantes en Matemática y Ciencias? Roberto Araya Centro de Investigación Avanzada en Educación Universidad de Chile National Science Foundation: Aun con intensivas capacitaciones y acompañamiento al aula, no se logra cambiar significativamente la ocurrencia de ciertas prácticas.
- El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: EJEMPLO DE UNA TRAYECTORIA LONGITUDINAL SOBRE PORCENTAJE* Primera parte: Marja van den Heuvel Panhuizen National Science Foundation: Las matemáticas como tal no son la base de los diferentes descubrimientos

matemáticos, ellas son la actividad creciente del hombre por resolver problemas, buscarlos y hallar otros más genéricos.

- El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve © OCDE, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, París: el ser competente en matemáticas conlleva a que el hombre ponga a prueba su capacidad de identificar y entender el rol de ellas en el mundo...todo esto además de hacer uso del razonamiento aplicando las matemáticas para hallar la solución de retos en la vida cotidiana.

- Conocimientos y aptitudes para la vida PRIMEROS RESULTADOS DEL PROGRAMA INTERNACIONAL DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES (PISA) 2000 DE LA OCDE © 2001, Organisation for Economic Co-operation and Development, Paris D.R. © 2002, Editorial Santillana. S.A. de C.V.: La sociedad exige cada vez más sean aptos en matemáticas, ciencias y tecnología.

A continuación se hará la fundamentación a nivel del contexto nacional

2.3.2. Contexto Nacional

- TRAS LA EXCELENCIA DOCENTE Cómo mejorar la calidad de la educación para todos los colombianos Fundación Compartir: <http://www.fundacioncompartir.org/> Bogotá D.C., 2014: Documento centrado en mejorar la calidad docente, si se quiere medir la calidad del docente por aquellos conocimientos extra que él posea en el aprendizaje, su forma de contribuir a que la enseñanza mejore.

- PROPUESTAS PARA EL MEJORAMIENTO DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN PREESCOLAR, BÁSICA Y MEDIA EN COLOMBIA Estudio financiado por la Fundación Compartir Marzo, 2014: El uso de las herramientas tic, puede ser benéfico para el aumento de la calidad educativa, siempre y cuando sean utilizadas de manera correcta.

- Escalando LA EDUCACIÓN Innovaciones inspiradoras masivas en América Latina © 2014 Banco Interamericano de Desarrollo 1300 New York Avenue, N. W. Washington, D.C. 20577 Fundación Gabriel Piedrahita: La construcción de una cultura de cambio, de viejas metodologías por otras nuevas, el cambio de paradigmas instaurando revisiones continuas al Curriculum.
- GESTOR DE PROYECTOS DE EDUTEKA: HERRAMIENTA CON CARACTERÍSTICAS DE WEB 2.0 PARA GENERAR PROYECTOS DE AULA FUNDACIÓN GABRIEL PIEDRAHITA URIBE: La actualización permanente de los docentes, las TIC como posibilidad de vínculo con las diferentes redes de práctica o aprendizaje, para compartir experiencias y materiales con otros docentes.
- INFORME NACIONAL SOBRE EL DESARROLLO DE LA EDUCACIÓN EN COLOMBIA (MEN) 46ª. CONFERENCIA INTERNACIONAL DE EDUCACIÓN (CIE). GINEBRA SUIZA, SEPTIEMBRE 5 AL 7 DE 2001 BOGOTÁ, D.C. COLOMBIA JUNIO DE 2001: La transformación o elaboración de la sociedad se centra en el conocimiento y la educación, por tal motivo se debe capacitar a los docentes en aquellas áreas que sean de carácter estratégico: español, ciencias exactas y ciencias naturales. El desarrollo de material educativo que refleje: creatividad y capacidad para aprender a aprender. A continuación se hará la fundamentación a nivel del contexto regional

2.3.3. Contexto Regional

- LÍNEA ESTRATÉGICA – LA EDUCACIÓN COMO MOTOR DE TRANSFORMACIÓN DE ANTIOQUIA Gobernación de Antioquia 2012: El maestro como actor principal que garantice el derecho de todos los niños del país como es la educación y a su mejoramiento. La ley 1286 de 2009 por medio de la cual se consolida la Política Nacional de Tecnología, Ciencia, e Innovación.

- Expedición Currículo El Plan de Área de Matemáticas Documento orientador sobre lo que los maestros deben enseñar con base en los estándares de competencias y los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional Documento No. 5. El plan de área de Matemáticas © 2014, Alcaldía de Medellín © 2014, Secretaría de Educación: Todo docente se debe apropiar, orientar y adaptar a los retos que implican los grupos y las diferentes instituciones. La matemática está en la capacidad de articularse con todas las áreas del conocimiento, debido a su carácter de ciencia que se encarga de analizar y traducir fenómenos, generalizarlos y desarrolla modelos matemáticos (fórmulas).

A continuación se hará la fundamentación a nivel del contexto institucional

2.3.4. Contexto local

- Proyecto Educativo Institucional I. E. San Roberto Belarmino Octubre de 2010 Misión: Sana convivencia y participación, con capacidades y competencias académicas, sociales, espirituales, democráticas y ciudadanas. ...brindar elementos necesarios para responder de forma pertinente a los contextos en los que les corresponda vivir a través de la investigación y la formación académica
- Proyecto Educativo Institucional I. E. San Roberto Belarmino Octubre de 2010 Visión: Institución con procesos de calidad, acorde a los estándares académicos....la formación de la media técnica y cumplimiento del perfil del estudiante.

2.4. Marco Espacial

La Institución Educativa San Roberto Belarmino tiene dentro de su Proyecto Educativo Institucional, enmarcada la siguiente misión y visión

Misión

La institución Educativa San Roberto Belarmino de naturaleza oficial y carácter mixto, ofrece su servicio desde Transición hasta el grado Undécimo. Busca la formación integral para la vida, de personas con valores académicos, sociales, ciudadanos, espirituales y democráticos hacia una sana convivencia, brindando elementos necesarios para responder de forma pertinente a los contextos en los que viven los educandos, formando seres felices que sepan servir y amar a los demás.

Provee el acceso al conocimiento a través de la investigación, la formación académica y humana de los educandos, como posibilidad de encontrar soluciones fundamentadas en la responsabilidad, la solidaridad, la diversidad, el dialogo y el amor. Los estudiantes son la razón de ser y la vida de la institución; los educadores provocan, dinamizan, lideran los procesos pedagógicos y los padres acompañan este proceso.

Visión

Para el 2020, la Institución Educativa San Roberto Belarmino se posicionará en el contexto local y nacional, como una institución con procesos de calidad, acorde a los estándares académicos, sin descuidar los principios y fundamentos que orientan su quehacer: la persona en todas sus dimensiones social, académica, corporal, laboral, estética, ciudadana y espiritual.

Se pretende formar ciudadanos que crean en sí mismos, capaces de interactuar con el otro y que participen en la construcción de procesos democráticos que promuevan una mejor vida social y una paz duradera. Apoyándose en la exigencia de los principios axiológicos e institucionales, para fundamentar y

orientar su quehacer en sus diferentes dimensiones y tener como viabilidad para su desempeño laboral, la formación en la media técnica y cumplir con un perfil del estudiante de forma integral.

El proceso de enseñanza-aprendizaje se fundamenta en los principios de la "pedagogía activa" la cual centra su interés en la naturaleza de las niñas, los niños y adolescentes en el desarrollo de su creatividad por medio de la autonomía, el desarrollo de la conciencia crítica, el aprender haciendo y la búsqueda de soluciones a problemas que se le presenten

Filosofía

La Institución Educativa San Roberto Belarmino presenta una propuesta educativa para la formación integral de los estudiantes y sus familias inspirada en los fines de la educación colombiana y en los principios educativos constitucionales.

Dada la naturaleza compleja y pluridimensional del fenómeno educativo, la definición y conceptualización de educar puede abordarse desde diferentes posiciones, por lo cual se hace necesario tomar un punto de referencia a la hora de analizar este proceso.

Se define la formación integral como “el proceso continuo, permanente y participativo que busca desarrollar armónica y coherentemente todas y cada una de las dimensiones del ser humano.

No hay formación sin orientación, nuestro reto es formar para ser hombres y mujeres plenamente auténticos, comprometidos con la ciencia, investigación y tecnología, la sana convivencia, respeto y protección del medio ambiente.

Centra su interés en la naturaleza de las niñas, los niños y adolescentes en el desarrollo de su creatividad por medio de la autonomía, el desarrollo de la conciencia crítica, el aprender haciendo y la búsqueda de soluciones a problemas que se le presenten.

Con referencia a la malla del área de Matemáticas, no se hace necesario el relacionarla toda; se hará exposición en la tabla N° a lo concerniente al grado 10º, el cual es la base de esta investigación. Que tiene como objetivo el resolver problemas cotidianos analizando estudios estadísticos, conceptos trigonométricos y conceptos de la geometría analítica; todo lo anterior se evidenciará con las siguientes competencias:

- La formulación, el tratamiento y la resolución de problemas.
- La modelación.
- La comunicación.
- El razonamiento.
- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos

Para esta investigación se tomara en cuenta el segundo periodo, en el cual se hace referencia a las relaciones y funciones trigonométricas; evidenciadas dentro de las competencias en el aspecto de formulación, tratamiento y resolución de problemas.

Tabla 2-3 Plan de estudio grado 10º

Periodo 2		
Situación problema	Ejes de los estándares o lineamientos	
<p>“Cálculo de alturas”</p> <p>En algunas ocasiones deseamos conocer el tamaño de elemento en la naturaleza y por la dificultad de poder realizar una medida directa nos quedamos sin conocer su longitud. ¿Qué harías para conocer el tamaño de un edificio, un árbol y una persona, entre otros elementos, sin realizar la medición directa?</p> <p>Preguntas orientadoras</p> <p>¿Conoces las relaciones métricas de los triángulos?</p> <p>¿Cómo puedo calcular la altura de los estudiantes del curso, utilizando su con su sombra?</p> <p>¿Qué elementos se necesitan para calcular la altura de los estudiantes, partiendo de su sombra?</p> <p>¿Cuál es la altura promedio de los estudiantes del curso?</p> <p>¿Has oído hablar del clinómetro? ¿Sabes construirlo?</p> <p>¿Cómo se podría medir la altura de un árbol, utilizando su sombra?</p> <p>¿Cómo se podría medir la altura de un árbol, utilizando el clinómetro?</p> <p>¿Cómo se podría medir la altura de un edificio, utilizando el clinómetro?</p> <p>¿Cómo se podría medir la altura de un edificio, utilizando un espejo plano?</p> <p>¿Cuál es la relación que existe entre la sombra y la altura de los estudiantes?</p> <p>Organice los datos obtenidos en las diferentes mediciones en una tabla y compare los resultados obtenidos.</p>	<p>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</p> <p>Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.</p>	
	<p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</p> <p>Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.</p>	
	<p>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</p> <p>Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.</p>	
	<p>Indicadores de desempeño</p>	
Saber conocer	Saber hacer	Saber ser
Compara resultados obtenidos en trabajos estadísticos para resolver problemas cotidianos.	Utiliza las funciones trigonométricas para resolver problemas de su cotidianidad.	Contribuye a que los conflictos entre personas y entre grupos se manejen de manera pacífica y constructiva mediante la aplicación de estrategias basadas en el diálogo y la negociación.

Fuente: MEN Estándares curriculares

3. DISEÑO METODOLÓGICO: INVESTIGACIÓN APLICADA

Una de las principales metas que se traza la investigación aplicada es el de transformar el conocimiento, el “refinarlo” y hacerlo más útil a toda la población educativa. Tiene su punto de partida desde una situación problemática que necesita ser intervenida y mejorada, para este caso: estrategias metodológicas que contribuyan a la enseñanza de las relaciones trigonométricas para que se favorezca el aprendizaje de las identidades trigonométricas en la media básica.

Este tipo de investigación puede ser: teórica (cuantitativa), experimental (cualitativa) o un híbrido (crítico-social); en el ámbito de la educación es de mucha utilidad la crítico-social, esto debido a la posibilidad que tiene el docente de interactuar con la comunidad afectada, intervenirla y mejorarla.

Esta investigación aplicada será trabajada mediante el modelo de investigación-acción-educativa, interviniendo el grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino, como grupo experimental analizando los resultados obtenidos en él para luego evaluar el impacto de la propuesta en la institución.

3.1. Paradigma Crítico – Social

Continuando con lo expresado anteriormente sobre la investigación aplicada y específicamente en uno de sus componentes el paradigma crítico-social, se hace necesario su uso en investigaciones de tipo cualitativo en donde el maestro debe observarse “a sí mismo, a los estudiantes y las mutuas relaciones entre ambos” (Restrepo, 2009)

El investigar en el aula implica que el docente se mueva entre dos posiciones: la primera influenciada por la economía, que busca la competitividad fundamentada

en la calidad; la segunda plantea al maestro como investigador, impulsador de la investigación, la participación y la innovación

Para el primer modelo, el maestro está sujeto a las políticas estatales, cada estudiante representa un desembolso del erario público; la no promoción o pérdida del año implica “gastar” más en su educación. Pero a su vez las políticas estatales promueven a gritos la no deserción escolar, ni un niño fuera de las aulas; se crean mega proyectos de colegios con toda la infraestructura en nuevas tecnologías, pero no se capacitan los docentes para que hagan un correcto uso de ellas, además la capacidad en el ámbito de la comunicación es de baja cobertura.

En el segundo modelo, se destaca el hecho que el docente busque capacitarse actualizando sus conocimientos y lograr con ello ser un investigador, partícipe del cambio en la educación e implementador de nuevas estrategias en aras del progreso de sus estudiantes. Bajo este modelo se puede lograr un cambio en las “estructuras de las relaciones sociales”, tratando de aportar soluciones a “determinados problemas” emanados de estas relaciones.

Al convertirse el docente en investigador puede realizar su investigación de tres formas posibles como son: “la investigación del docente sobre su práctica, la investigación del docente sobre las prácticas de los estudiantes y la investigación en la que el docente acompaña procesos investigativos de los estudiantes”. (Restrepo, p. 105)

Sobre la investigación del docente sobre su práctica realizar constantemente una revisión sobre ella, esto con miras a saber si tiene un buen dominio de la materia que enseña, hacerse una autocrítica constructiva con el fin de mejorarla. Pero específicamente debe centrarse en algún segmento de su práctica que desee mejorar, para ello le hace un análisis a profundidad, descubre su estructura y funcionamiento, y con base a los resultados encontrados realizar transformaciones que sean positivas.

Todo lo anterior se hace con el fin de beneficiar a los estudiantes, para que alcancen niveles superiores en su aprendizaje; para ello la metodología a usar

comprende tres fases: “una primera reflexión profunda sobre el objeto escogido y recolección de información, incluyendo registros o diario de campo, que críticamente analizada por categorías, patrones o estructuras recurrentes, permita señalar fortalezas y debilidades; una segunda etapa de diseño y montaje de una acción transformadora y mejoradora de las debilidades de la práctica; y, como tercera fase, el análisis de la efectividad de la práctica transformada”. (Restrepo p.106)

La segunda forma posible es la investigación del docente sobre las prácticas de los estudiantes, ella trata sobre la forma en que el docente evalúa o valora el desempeño de los estudiantes, pero yendo más allá de la calificación de tareas y exámenes, el docente debe tomar otros ítems para valorar estos desempeños, tales como: problemas y dificultades en el aprendizaje, convivencia escolar, problemas familiares; evaluarlos reflexionando sobre ellos y tomado medidas para contrarrestarlos.

El docente se debe “involucrar” con sus estudiantes, buscar momentos extra clase y conversar con ellos para lograr enterarse de las diferentes problemáticas que existen en la institución y en su clase; el hecho de hacer lo anterior no implica que pierda su autoridad como docente, por lo contrario, lo hará más “humano”.

El analizar factores como: roces entre compañeros, fuentes de conflicto, razones para la desatención, la distracción y la falta de trabajo son insumos para la recolección de datos que le servirán al docente investigador para sistematizarlos y “planear cambios” en busca de hallarles solución.

Esta investigación en el aula se debe evaluar con base a la relación que existe entre las diferentes áreas del conocimiento que hacen parte de ella; todas las áreas del conocimiento se encuentran estrechamente ligadas, si el docente se da cuenta que un estudiante posee falencias en alguna de ellas, debe dirigirse al docente encargado de esta área y expresarle la situación, esto con el fin de lograr suplir esas falencias.

La última forma a tener en cuenta es la investigación del docente con los estudiantes, en esta última, el docente se involucra con sus estudiantes en proyectos de las diferentes disciplinas curriculares, en aspectos específicos, prácticos o de aplicación. El papel del docente puede ser el de investigador principal o de asesor de algún tema en aquellas áreas que hacen parte del currículo; el docente es un colaborador, no aporta su conocimiento que es muy elaborado.

3.2. Tipo de Investigación

Esta investigación se desarrollara bajo el modelo de investigación-acción-educativa, buscando con ello una reflexión crítica de un aspecto de la práctica docente, específicamente la enseñanza de las identidades trigonométricas.

Según Bernardo Restrepo (2002) “la teoría pedagógica y el saber hacer pedagógico no son exactamente lo mismo”, expresa que “el saber pedagógico es más individual que universal”, y un método eficaz para demostrar lo anterior es la investigación- acción pedagógica, la cual sirve “para construir saber pedagógico por parte del docente”.

Al proceso de construcción de saber hacer pedagógico, o saber educar bien, se le va a denominar saber pedagógico del maestro. La pedagogía como saber teórico se encarga de dar orientaciones sobre la práctica pedagógica de los docentes y de todos aquellos que estén interesados en la educación como carrera. Al hablar de saber pedagógico, se invoca el saber profesional práctico, el cual se refiere básicamente a la parte formal del “saber hacer pedagógico”, elaborado por los docentes.

El saber hacer lo elabora el docente día a día con su trabajo pedagógico, pensado para afrontar e innovar su práctica, buscando con ello el que responda positivamente a las condiciones dadas por el medio, “a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes y a la agenda sociocultural de ellos”. Este saber se

va elaborando gracias a la reflexión individual que hace el docente de su práctica y la transformación que ella sufre diariamente.

A la mayoría de los docentes se le exige varios tipos de saber: sociológico, psicológico, antropológico y filosófico, ya que estos saberes son indispensables en la educación, la enseñanza y la formación. Estas llamadas ciencias sociales y humanas son las que hacen parte fundamental en las ciencias de la educación. Ellos deben poseer un saber sobre los contenidos de aquellas áreas que enseñan, este saber es muy diferente a los saberes que poseen los “expertos” en ellas. El saber docente es el fruto de muchos saberes que son aplicados en los procesos de enseñanza y formación, este es el saber pedagógico, el cual el docente construye durante cierto tiempo y lugares específicos.

Retomando lo expresado por Restrepo sobre Donald Schön, “el maestro debe despegar el discurso pedagógico aprendido en las instituciones formadoras de maestros y, a través de la “reflexión en la acción” o conversión reflexiva con la situación problemática, construya saber pedagógico, critique su práctica y la transforme, haciéndola más pertinente a las necesidades del medio” (Schön, 1983 – 1987) (Restrepo, 2002, p. 49)

Reiterando otra cita de Restrepo, (Gunmundsdottir, 1998) “la enseñanza es una actividad interpretativa y reflexiva, en la que los maestros dan vida al currículo con sus valores, sentido y teorías pedagógicas, que tienen que adaptar”; el maestro si desea que su práctica tenga la efectividad que él desea debe de olvidarse por completo del saber aprendido en la universidad, ya que este discurso es con base a las teorías de varios campos del conocimiento que dan unas referencias en cuanto lo que puede suceder en las aulas, pero que no enseñan cómo enfrentarlos. El estar involucrado, el “untarse” le enseña al docente a transformar esa teoría en lo que va a ser su labor diaria. (p. 49)

A medida que el docente haga avances en su labor se dará cuenta que “los conocimientos disciplinarios se transforman en objetos de enseñanza, al ser procesados didácticamente, sistematizados y registrados” (Restrepo, 2002, p. 49).

Una de las herramientas indispensables para ello es el diario de campo, en el cual él puede registrar su quehacer diario, comentarlo, someterlo a crítica, deconstruirlo y reconstruirlo; deduciendo de ello categorías como: el método, manejo de la motivación, el trato, manejo de la norma y otras más.

Al lograrse adaptar la teoría, con la transformación intelectual y la práctica, en el proceso de investigación sobre la práctica en el laboratorio de las aulas (en forma sistemática y rigurosa), posibilita que se dé el proceso de investigación-acción educativa. Según Restrepo (2002) “la investigación-acción educativa y más particularmente la investigación-acción pedagógica, se ofrece como escenario y método potenciador”. (p. 50)

El docente “novato” al inicio de su práctica presenta muchas tensiones, debido al dilema que posee de enlazar la teoría de la universidad con la realidad social de los estudiantes. El dominio del aula no es algo inmediato, por lo tanto se presentan muchos conflictos para él; la solución más cercana son sus compañeros que ya tienen experiencia y práctica, debe apoyarse en ellos y en la investigación – acción. Dicha solución tiene como punto de partida “la crítica a su propia práctica, reflexionando sobre su quehacer pedagógico, las teorías que presiden dicho actuar y la situación que viven los estudiantes” (Restrepo, 2002, p. 51)

Esta es la primera fase llamada de deconstrucción, proceso que debe ir más allá de la crítica y de la auto evaluación; debe ser más amplia en su dialéctica y basada en las razones que dan explicación al porqué de las tensiones en su práctica. Su conclusión es el “conocimiento profundo y una comprensión absoluta de la estructura de la práctica, sus fundamentos teóricos, sus fortalezas y debilidades, es decir, en un saber pedagógico que explica dicha práctica. Es el punto indispensable para proceder a su transformación”. (Restrepo, 2002, p. 51).

Como segunda fase en la investigación-acción educativa se tiene la reconstrucción de la práctica, en ella se pone a prueba una propuesta que se cree más efectiva; basado en el conocimiento de las fallas de la práctica anterior se experimenta con la nueva, después de haber dado algunos “toques” previos a la

práctica que se deconstruye. Esta exige por parte del docente investigador el apropiarse de nuevas concepciones pedagógicas, adaptarlas a su teoría y práctica creando un “saber subjetivo, individual, funcional”, más práctico para su experimentación en el aula.

En la última fase se valida la efectividad de la “práctica alternativa o reconstruida”, se verifica su capacidad empírica para alcanzar los logros y metas de la educación; esta tiene su inicio al poner en marcha la práctica que fue reconstruida, sus módulos deben darse a conocer y la forma en la cual se desenvuelven evaluarse. Para lo anterior nuevamente se hace uso del diario de campo como herramienta útil de monitoreo o seguimiento.

Las dos primeras fases son productoras de conocimiento para el docente; en la primera se identifica la estructura de la práctica, fundamentos teóricos y razones que hacen que algunos de sus mecanismos no estén cumpliendo con su función. En la segunda los resultados positivos verifican los conocimientos que se han vaciado en la estructura de la nueva práctica, se hayan extraído de la teoría pedagógica o “sean producto de la indagación e interpretación personal del docente, al enfrentar la adaptación de la teoría. Es claro, un conocimiento subjetivo, sin pretensión de universalidad”. (Restrepo, 2002, p. 53). Los resultados negativos también arrojan conocimiento acerca de esta y “permiten descartar opciones en los nuevos ciclos de investigación que el docente emprenda, para seguir mejorando en la acción de cada día y seguir construyendo “saber hacer pedagógico””. (Restrepo, 2002, p. 53)

Con base a todo lo anterior expresado por Bernardo Restrepo, respecto a la práctica docente, y haciendo una reflexión sobre la mía, me he dado cuenta que han sido muchos los errores cometidos al tratar de enseñar identidades trigonométricas: manejo de la tiza y el tablero, memorización de conceptos, no planeamiento de las clases, y lo principal el no llevar un diario de campo como registro de lo acontecido en cada una de ellas.

Todo ello hace parte de mi deconstrucción, para la segunda etapa (la reconstrucción) tengo como meta principal el llevar el diario de campo, registrando en el todo lo que pase en cada una de las clases; así mismo el uso del Proyecto de Aula como propuesta didáctica.

3.3. Método

Para el desarrollo de los objetivos específicos plasmados en esta investigación aplicada, el método empleado fue el crítico-social, esbozado en páginas anteriores, aplicándolo en la Institución Educativa San Roberto Belarmino; y que se desarrolló de la siguiente manera:

- Se precisó el número de estudiantes de la población estudiantil, tomando como muestra los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino.
- Se realizó una evaluación diagnóstica sobre los conceptos de razón, relación y función; además de encuestas a los estudiantes sobre sus percepciones respecto al tema. Revisión en la base de datos de la institución de resultados en años anteriores sobre el tema a investigar, lo anterior con el fin de comparar resultados del rendimiento académico.
- Con base en la evaluación diagnóstica, se identificaron las acciones posibles a aplicar para abordar la problemática encontrada y su solución a través de un Proyecto de Aula.
- Se inició la propuesta con las nociones de: razón, relación y función trigonométrica; involucrando aquellos elementos que eran necesarios para trabajar la modelación y su proceso. Con la ayuda de los juegos didácticos (amigo secreto, alcance la estrella, dominó trigonométrico) se recolectó la información necesaria sobre la interiorización de tales nociones o conceptos; terminadas las actividades se realizó una encuesta sobre la apreciación de dichos juegos.

- La intervención se realizó en el grado décimo de la institución, teniendo como insumo principal el Proyecto de Aula, se orientó el inicio de la actividad y a las posibles dudas y dificultades encontradas por los estudiantes se les dio solución, descartando la nota como un incentivo para su trabajo.
- Una vez concluida la intervención del aula, se evaluaron las diferentes situaciones que fueron preparadas para que avanzaran y profundizaran en la comprensión de las identidades trigonométricas, tales como: errores al realizar las operaciones, manejo de saberes previos, número de intentos en la solución de un ejercicio y por último el manejo dado para hallar la solución del problema justificando sus pasos. Además se tuvo en cuenta los resultados de la encuesta aplicada, sobre su motivación en el tema durante el trabajo con los diferentes juegos didácticos.
- Para la conclusión de la investigación, se evaluó si la propuesta metodológica fue bien interpretada en factores sociales y culturales, como una mediadora de aprendizaje y buen clima institucional, dentro del contexto escolar.

3.4. Instrumento de recolección de información

Los instrumentos utilizados fueron las encuestas, tipo Likert, en la cual se elaboraron unas preguntas que conducían a un razonamiento de acuerdo a los procesos de: razonamiento, resolución, ejercitación, exploración y modelación.

Se tomaron datos con base a una encuesta estilo Likert de 10 preguntas realizadas a los estudiantes y 15 a los docentes de Matemáticas, la malla curricular, y los contenidos del tema.

3.5. Población y Muestra

La población escolar de la I.E. SAN ROBERTO BELARMINO, está conformada por 1.122 estudiantes.

Se toman como muestra: 44 estudiantes del grado 10º, seleccionando 20 de ellos (as) como grupo experimental; 3 docentes de matemáticas.

3.6. Delimitación y Alcance

Se busca en este trabajo el diseño de una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos apoyados en el proceso de resolución y planteamiento de problemas. El tema central de esta propuesta radica en la enseñanza de las relaciones trigonométricas en la formación media.

Para ello se realizó una investigación aplicada entre las diferentes estrategias metodológicas que existen en las teorías de enseñanza, para encontrar la más adecuada para la obtención de los resultados deseados en el campo de las identidades trigonométricas.

El diseño de esta propuesta se centra en el mejorar la enseñanza de las identidades trigonométricas en ángulos sencillos, en la formación media, que fortalezca la resolución y el planteamiento de problemas en el grado 10º de la I.E. San Roberto Belarmino.

Lo que se persigue en este trabajo final es la elaboración de un proyecto de aula que contribuya al mejoramiento de la enseñanza de las identidades trigonométricas, empleando los tópicos generativos de: razón, relación y función trigonométrica.

3.7. Cronograma

Tabla 3-1 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	Precisar las características de la institución educativa donde se hará la intervención.	1.1. Ubicación geográfica del plantel. 1.2. Tipo de población estudiantil. 1.3. Situación socioeconómica.
Fase 2: Diseño	Identificar el dominio del conocimiento en el proceso que manifiestan los estudiantes en la solución de problemas en relación a las identidades trigonométricas.	2.1 Diseño de encuesta tipo Likert para que respondan los estudiantes y docentes. 2.2 Diseño y construcción de guías de clase para la modelación de las razones trigonométricas.
Fase 3: Aplicación	Analizar mediante la utilización de situaciones bien preparadas la aplicación que hacen los estudiantes a casos concretos de razones, funciones e identidades trigonométricas, específicamente en sus competencias.	3.1. Implementación de la estrategia metodológica por medio del proyecto de aula.
Fase 4: Análisis y Evaluación	Plantear una propuesta metodológica que permita en los estudiantes una asociación entre sus factores sociales y culturales propios a la clase de matemáticas, como mediadores del ambiente de aprendizaje y el clima institucional y los que provienen del contexto extraescolar. .	4.1. Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la implementación de la estrategia didáctica propuesta. 4.2. Realización del análisis de los resultados obtenidos por medio de la intervención de la estrategia metodológica en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino. 4.3. Contextualizar la metodología usada y evaluar, con base a la ejercitación y comunicación.

Tabla 3-2 Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1 Ubicación geográfica del plantel.	X	X														
Actividad 1.2 Tipo de población estudiantil.		X	X													
Actividad 1.3 Situación socioeconómica.			X	X												
Actividad 2.1 Diseño de encuesta tipo Likert para que respondan los estudiantes y docentes.				X	X	X	X									
Actividad 2.2 Diseño y construcción de guías de clase para la modelación de las razones trigonométricas.				X	X	X	X									
Actividad 3.1 Implementación de la estrategia metodológica por medio del proyecto de aula.						X	X	X	X	X	X	X	X			
Actividad 4.1 Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la implementación de la estrategia didáctica propuesta.												X	X	X		
Actividad 4.2 Realización del análisis de los resultados obtenidos por medio de la intervención de la estrategia metodológica en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino.												X	X	X		
Actividad 4.3 Contextualizar la metodología usada y evaluar, con base a la ejercitación y comunicación.															X	X

4. TRABAJO FINAL

4.1. Caracterización

A continuación se realizara una descripción sobre la Institución Educativa San Roberto Belarmino, lugar en donde se realizara la intervención y concerniente a: su ubicación geográfica, objetivos pedagógicos y académicos, tipo de población escolar y situación socio-económica; además de la intensidad horaria para el área de matemáticas.

4.1.1. Ubicación geográfica de la Institución Educativa

El plantel está ubicado en la Calle 32 B No. 83-39, barrio Belén Las Mercedes, Comuna 16, Núcleo Educativo 934 del Municipio de Medellín, Departamento de Antioquia, Colombia, teléfonos 2560140, 2562097, No. de identificación del DANE 105001002003, NIT 811.040.191-1.

Como Institución Educativa pública dirige su labor hacia el logro de una educación con calidad en el marco de una atención integral, desde un enfoque diferencial, de inclusión social y con perspectiva de derechos a niños, niñas y adolescentes.

De igual manera la I.E. de acuerdo con los objetivos de la ley 115 de 1994 contempla como objetivo de la básica primaria en el área de las matemáticas el desarrollo de los conocimientos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos.

En secundaria y de acuerdo con la Ley General de Educación se enfatiza en el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de

operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

4.1.2. Tipo de población estudiantil

La población escolar de la I.E. SAN ROBERTO BELARMINO, está conformada por 1.122 estudiantes de los cuales, el 44,12 % (495) son mujeres y el 55,88 % (627), hombres. La existencia de mayor población masculina en el plantel, especialmente en el nivel de Básica primaria, donde los niños (298) representan el 58 %, hace visible una dinámica de interacciones mediada por tradicionales roles masculinos, como la fuerza y la agresividad, evidenciada en los juegos bruscos y la competitividad de los encuentros deportivos, en los cuales predomina el fútbol, como la opción de recreación más reconocida a nivel institucional, favorecida además, por la existencia de una cancha para la práctica de este deporte, el cual es el único escenario deportivo y recreativo de la institución.

4.1.3. Situación socioeconómica

Estrato de la vivienda familiar

La distribución de los estudiantes del plantel de acuerdo al estrato socioeconómico es la siguiente:

Tabla 4-1 Estrato número de estudiantes

ESTRATO	No. Estudiantes		
Sin estrato	1	Estrato 3	26
Estrato 0	36	Estrato 4	8
Estrato 1	597	Estrato 5	0
Estrato 2	454	Estrato 6	0

Tabla 4-2 Intensidad horaria del área de Matemáticas

DECIMO Y UNDÉCIMO	4
GRADO	INTENSIDAD
DE PRIMERO A TERCERO	3
CUARTO Y QUINTO	4
SEXTO A NOVENO	5
DECIMO Y UNDECIMO	4

Imágenes de algunos espacios de la Institución educativa



Tomado de: http://1.bp.blogspot.com/_BPgsz9fmJNY/SZcdm7Awpol/AAAAAAAAAHs/sq6whpWxvwl/s320/000_0003.JPG

4.2. Diseño

4.2.1. Diseño de encuesta tipo Likert para que respondan los estudiantes y docentes

Para la encuesta Likert de los estudiantes, se pensaron 10 preguntas, de las cuales: cinco eran referente a los aspectos teóricos de las razones, relaciones e identidades trigonométricas y las otras cinco eran de tipo específico – el aprendizaje-; todas ellas respecto a los procesos de aprendizaje que aparecen tanto en los lineamientos (1998) como en los estándares curriculares del área de matemáticas (2006).

En los lineamientos se enfatiza que son 5 los procesos básicos tales como: razonar matemáticamente, el lenguaje, la modelación, la ejercitación y resolución de problemas. La estructura dada a esas cinco primeras preguntas busca el analizar que tan bien estructurada esta la teoría de los estudiantes respecto a la trigonometría.

En las preguntas de tipo específico, se trata de medir sus conocimientos adquiridos en relación a la trigonometría, se les indaga por conceptos como: definir la razón para la función Seno, medida de ángulos en grados y radianes, conversiones de grados a radianes y viceversa; además, se busca que el estudiante sustente si una ecuación es lo mismo que una identidad trigonométrica.

Por otro lado, la encuesta para los tres docentes encargados del área de matemáticas consiste en 15 preguntas, de las cuales las 10 primeras se refieren a la teoría de la investigación acción educativa y lo expuesto por Bernardo Restrepo respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje, en donde el docente cumple un papel importante en el proceso educativo.

Para Bernardo Restrepo la actividad que ejecuta el estudiante para educarse es el aprendizaje y la actividad que realiza el docente es el de guiar ese aprendizaje y

con ello favorecer la enseñanza. Dentro de este proceso de enseñanza se presentan una serie de situaciones en los estudiantes; en esta investigación se muestra una la situación que es objeto de estudio.

Al observar los aspectos más superficiales externos del proceso de enseñanza aprendizaje, se puede identificar cada uno de sus componentes, tales como: el aprendizaje, la enseñanza y la materia de estudio.

La encuesta presenta otras cinco preguntas, pensadas en lo específico del área enseñada por ellos -es decir matemáticas-, en los grados de la media -10º y 11º-, en ellas se le indaga por temas como: el teorema de Pitágoras, definiciones de la función Seno, la razón de la función Seno, la identidad Pitagórica fundamental y una pregunta básica donde se le indaga al docente si “puede afirmar que una identidad es una igualdad, pero no toda igualdad es una identidad”.

4.2.2. Diseño y construcción de guías de clase para la modelación de las razones trigonométricas

Para el diseño y construcción de la guía de clase con respecto a la modelación de las razones trigonométricas, se tuvo en cuenta el proyecto de aula, en el cual se definen cada una de ellas y en el que se reafirma que una razón depende de donde esté ubicado el ángulo con respecto a los lados de un triángulo rectángulo.

Las razones que se enseñan son las seis básicas y dentro de este proceso de enseñanza se les exponen triángulos rectángulos con ángulos en diferentes posiciones, buscando con ello que los estudiantes diferencien claramente cuál es el cateto opuesto y cual el adyacente.

A la vez se da a conocer el Teorema de Thales respecto a la semejanza de triángulos, con el fin de que apliquen y ejerciten razones y proporciones; para continuar con ejercicios resueltos sobre semejanzas entre triángulos y solución de problemas por medio de estas semejanzas.

Otra de las guías a intervenir es el uso de las tecnologías, en cuanto a la aplicación de un programa de bloques lógicos¹ -Ver anexo D-, en donde el estudiante haciendo uso de una especie de “concéntrese” oprime uno de los bloques tratando de visualizar donde se encuentra la parte que corresponde a la respuesta –para ese bloque-; si el estudiante tiene presente a que razón trigonométrica corresponde, el programa le indicará si esta buena o mala la escogencia. Para todo lo anterior el estudiante dispondrá de un determinado tiempo que le da el programa.

Así mismo para la enseñanza de las razones trigonométricas se hace uso de un juego llamado “amigo secreto” –ver anexo B-, en donde el estudiante introduce su mano en una bolsa oscura que contiene unos papeles cortados en cuadros y en los cuales está escrita una razón con su correspondiente definición; el estudiante saca de la bolsa uno de esos papeles y debe decir a que corresponde su contraparte; es decir, si saca $\text{Sen}\theta$ él debe responder “cateto opuesto sobre hipotenusa”, si saca $\frac{CO}{CA}$ él debe responder $\text{Tan } \theta$. Todo esto con el fin de lograr que los estudiantes interioricen cada uno de esos conceptos, para luego ponerlos en práctica al usar el computador o al solucionar un determinado ejercicio de razones

Para finalizar se hace uso de un dominó trigonométrico²- ver anexo C-, este dominó trigonométrico consta de 28 fichas y en cada una de ellas se encuentran las diferentes identidades y razones; se juega como si se estuviera jugando el dominó tradicional. Sus reglas se le indican a los estudiantes antes de comenzar a jugar en equipos, como ayuda a cada equipo se les facilita una tabla con todas las identidades posibles de jugar; en caso de presentarse alguna dificultad con alguna jugada el docente que esté encargado de la actividad sirve como juez y decide si hay error o no.

¹ Diseñado por un egresado de la institución

² El cual fue ideado desde el año 2013 por Coronel Casadiego, J. J. en Aguachica –Cesar–

4.2.3. Diseño y construcción de actividades didácticas con la ayuda del Proyecto de Aula

Durante la implementación del proyecto de aula se tiene en cuenta el hacer uso de las diferentes razones trigonométricas, las funciones y sus aplicaciones, por medio de ejercicios resueltos y talleres programados para que los estudiantes en equipos los solucionen –trabajo colaborativo-

4.3. Aplicación

Implementación de la estrategia metodológica por medio del proyecto de aula

La propuesta tiene como base un modelo de enseñanza (proyecto de aula), de cómo se evidencian los resultados de ella en la institución educativa. Para González (2002), “el proyecto de aula es una propuesta didáctica fundamentada en la solución de problemas, desde los procesos formativos, en el seno de la academia” (p. 1), dando a entender con ello que se da desde el aula con los estudiantes y como una propuesta didáctica que tiene como fundamentación la solución de problemas.

Se debe pensar este proyecto viviendo el presente y evocando el pasado para poder tener un futuro mejor; el proyecto de aula es una guía, que se pensó con una acción bien intencionada. El aula como tal es el lugar en donde un grupo humano tiene un encuentro diario, con el fin de entablar “lazos de comunicación en torno a un conocimiento” (p. 1)

Es el mediador entre lo nuevo y lo de antaño, teniendo como sentido principal el currículo cultural de los seres humanos para que él “adquiera un sentido formativo con orientación específica”. Se ha manifestado desde hace mucho tiempo que la didáctica es la encargada de unificar los procesos de enseñanza y aprendizaje y el

proyecto de aula por ser considerada una propuesta didáctica, cumple con lo expresado anteriormente.

Para que se presente el conocimiento es indispensable que se dé la dualidad actividad-lenguaje; él como tal tiene su proceso de construcción gracias a las experiencias vividas y de la divulgación de tales experiencias; retomando lo expresado por González (2002) sobre Martí “solo el que hace, sabe” (p. 2). Una de las formas de producir el hacer es por medio de la lectura, este proceso requiere o precisa de la comprensión, análisis e interpretación que hace el docente por medio de su competencia lectora.

El proyecto de aula como propuesta didáctica se encarga de que los estudiantes se comuniquen haciendo y que realicen por su medio una “transposición de las ciencias hacia su enseñanza a través de preguntas”; pero con una condición esencial que ellas deben surgir como solución a un determinado problema. Para reafirmar lo anterior González (2002) se basa en lo expresado por Pardinás (1984) “Un problema es una pregunta surgida de una observación más o menos estructurada, la pregunta que se hace puede tomar diferentes formas de acuerdo al objetivo perseguido.” (p. 2)

Para hallar la solución de un problema se hace uso del proceso de investigación-acción educativa, el docente investigador, como tal, debe estar preparado. Así mismo en la solución de problemas “se hace uso de la lógica y de los conocimientos que las ciencias han producido para la humanidad: el conocimiento, bien sea científico, técnico, tecnológico, artístico o empírico, en su construcción, en su resultado y en su aplicación” (p. 3)

González (2002) afirma que el proyecto de aula se estructura en tres momentos: la contextualización, lo metodológico y lo evaluativo. (p. 3); cada uno de esos momentos es fundamental para que el proyecto cumpla con lo presupuestado por el docente.

- En la contextualización se acuerdan varios aspectos como son: el **problema** a intervenir, el **objeto** real de estudio, el **objetivo** (propósito a

formar en los estudiantes) de la intervención y los **conocimientos** que de la intervención van a surgir.

- En el metodológico se relata: el **método** o modo en que se van a realizar las actividades y la forma en la que los grupos humanos se van a comunicar, para apropiarse de esos conocimientos; el **grupo**, haciendo una descripción de la relación docente-estudiante y los **medios** o herramientas con las cuales va a contar el proyecto.
- Por último el momento evaluativo sirve para certificar el logro del objetivo mediante la solución del problema guía el diseño de las actividades e indicando los resultados obtenidos.

4.4. Análisis y Evaluación

4.4.1. Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la intervención de la estrategia metodológica propuesta

El proyecto de aula como propuesta didáctica, se elaboró pensado básicamente en tres unidades, llamadas:

- Razones trigonométricas
- Funciones trigonométricas
- Identidades trigonométricas

Para la primera se ideó para que el estudiante tuviera en cuenta: como se clasifican y miden los ángulos, forma de trazar ángulos positivos y negativos; para lograr el propósito se le plantean ejercicios para que solucione con respecto a los ángulos, pero a la vez que haga uso de las ecuaciones de primer grado para su solución.

A continuación se le dan a conocer cuáles son las 6 razones trigonométricas básicas, haciendo énfasis en donde debe quedar ubicado el ángulo, para que así no siempre que se le presente un triángulo rectángulo en cierta posición diga que

el cateto adyacente o el cateto opuesto es el mismo; para que el estudiante piense, analice y deduzca se le cambia la posición al ángulo dentro del triángulo rectángulo, buscando con ello que argumente como se definen las razones en cada uno de ellos.

Se les da a conocer el teorema de Pitágoras, el cual se aplica a triángulos rectángulos; basado en este teorema el estudiante identifica cada uno de los lados de la figura y hace uso de la fórmula. A continuación se le dan los triángulos en diferentes posiciones para que lo aplique y después de ello se le dan a conocer ejercicios resueltos sobre aplicaciones a la vida diaria del teorema de Pitágoras y por último se le proponen algunos ejercicios para que los solucione en equipo con sus pares.

Por último ya después de haber visto el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, al estudiante se le da a conocer ejercicios resueltos sobre las razones trigonométricas, donde se aplican y porque se aplican; así mismo esta unidad finaliza con la aplicación y solución de problemas con base a la semejanza de triángulos. Cada situación planteada viene con ejercicios resueltos y taller para que en equipos se reúnan a solucionarlo.

En la unidad número dos se define que es una función trigonométrica, cuales son las 6 funciones trigonométricas con sus respectivas gráficas y cuál es la aplicabilidad de dos de ellas –las funciones Seno y Coseno- ; las otras cuatro funciones no se le dan a conocer muy a fondo debido a su poca aplicabilidad en los contextos o hechos de la vida cotidiana. Para las funciones Seno y Coseno se exponen ejemplos prácticos de cada una de ellas en: astronomía, la física y la medicina.

En la física específicamente en el movimiento armónico simple: el péndulo, los resortes; osciloscopios y sismógrafos. En la medicina: los electrocardiogramas

Para continuar con el tema se le da a conocer ejercicios resueltos sobre el movimiento armónico simple –péndulo y resorte-, en los cuales se halla: periodo, frecuencia, amplitud de la onda y velocidad angular. Todo esto con el fin de que

los estudiantes adquieran práctica e identifiquen cada uno de los términos que involucra la ecuación de un movimiento armónico simple, que está basada en las funciones Seno o Coseno.

Terminado este capítulo se da inicio a las identidades trigonométricas, definiendo cuales son las identidades principales, de donde sale la identidad fundamental que es también llamada identidad pitagórica -debido a que se puede demostrar que sale directamente del teorema de Pitágoras aplicado a una circunferencia cuyo radio se define con un valor de 1-. Con base a esta identidad fundamental se le demuestran las otras.

Para esta unidad se hace énfasis en las identidades trigonométricas sencillas y cuadráticas, no se toman las identidades con ángulos medios y ángulos dobles debido a la complejidad del tema. A los estudiantes se les da a conocer y enseñan muchos ejercicios resueltos sobre identidades sencillas e identidades cuadráticas y se dejan propuestos otros para que resuelvan en equipo con sus pares

4.4.2. Elaboración del análisis de los resultados obtenidos

Al realizar la intervención de la estrategia metodológica en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa San Roberto Belarmino.

ANEXO A

Esta pregunta hace relación a los cinco procesos básicos, que aparecen en los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, los cuales son: razonar matemáticamente, lenguaje, ejercitación, modelación y resolución de problemas.

La misión de estos saberes es el superar los obstáculos de los saberes propios de esta disciplina, que son independientes de las otras áreas del conocimiento.

En “Expedición currículo” - documento de la secretaria de educación del municipio de Medellín - se reafirma lo anteriormente dado a conocer y se exponen otras

apreciaciones al respecto. Expresan que los contenidos, dentro de su estructura curricular, deben verificar la planificación de las estrategias pedagógicas que se plantearon a su interior –enseñanza-, de sus procesos generales –aprendizaje- y del contexto en el cual se desenvuelve la institución; todo lo anterior en busca “de un ser competente que asuma la responsabilidad conjunta del aprendizaje” .

Con relación a lo que muestra el anexo A se deduce que la mayoría de los estudiantes encuestados tiene bien estructurado el proceso de modelación, debido a que ellos hacen uso de: modelos, representaciones, significados e imágenes.

ANEXO B

Para el Ministerio de Educación Nacional, el pensamiento variacional está estrechamente ligado con “el reconocimiento, la percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación, y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, p. 66). Con referencia a lo anterior, se desprende el hecho que para desarrollar este tipo de pensamiento se hace necesario propiciar en el aula de clase espacios para que los estudiantes exploren, reflexionen, deduzcan, conjeturen y planteen eventos nuevos con base a esas relaciones dinámicas que se desprenden entre los conceptos matemáticos, específicamente la trigonometría plana.

Sin embargo, este pensamiento variacional no se puede obtener inmediatamente en alguno de los niveles educativos, cada uno de estos grados debe esforzarse por promover su desarrollo; el MEN enfatiza que este pensamiento debe cumplir “un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas” (Colombia, 2006, p. 66).

Dentro del contexto de la pregunta de este anexo B, se evidencia que se encuentra enmarcado dentro del proceso de resolución de problemas, el identificar los términos y el modo de enfrentar la solución de dicho problema; para este caso en los resultados se observa que los estudiantes logran identificar los términos y saben además cuál es el camino más efectivo para la solución de un determinado problema.

ANEXO C

En Expedición Currículo -sobre los diferentes contextos- afirman que: son aquellos ambientes que rodean al estudiante y otorgan un sentido a la actividad matemática; esto tomado desde los estándares básicos de competencia en matemática (2006, p. 70); ellos se subdividen en:

- Contexto inmediato o de aula: parte física del aula de clase, materiales, normas
- Contexto escolar o institucional: escenarios de las actividades diarias, auditorio, cultura y saberes de los estudiantes, docentes, administrativos, directivos y empleados; PEI, manual de convivencia y los otros currículos
- Contexto extraescolar o sociocultural: lo que pasa fuera del ambiente institucional, la comunidad, el país y el mundo.

Además, continuando con el análisis para este anexo C, se tiene en cuenta la enseñanza para la comprensión, corriente de tipo constructivista, cuyo fin es que el estudiante piense y actúe en forma reflexiva, logrando con ello que aplique sus conocimientos a un contexto dado; interiorizar estos nuevos conocimientos, llevándolos a su lenguaje y transformarlos a la nueva aplicación o reflexión. Según se dijo en páginas anteriores, para Patiño (2012) la EpC se encuentra estrechamente ligada a la capacidad que tienen los individuos de dominar los conocimientos, logrando con ello aplicarlos a otras instancias; la transferencia de

esos conocimientos a otros contextos con su respectiva explicación y la sustentación de hipótesis se le conocen como uso del pensamiento. (p. 5)

Al realizar el análisis a este anexo C, se deduce de ella que los estudiantes adquieren conocimiento y hacen un buen uso de él, por medio de la práctica adquieren experiencia.

ANEXO D

Para este anexo 4 se tiene en cuenta lo expresado por Tavera (2013), con base en los estudios realizados por Ruiz (2011) sobre el pensamiento variacional: “habilidad que tiene una persona para identificar estados de cambio de una o más magnitudes, de tal manera que los relacione entre sí, a partir de la creación y manejo de un modelo funcional” (p. 42).

Sobre estas habilidades sustenta que deben ser desarrolladas desde y hacia distintos contextos al interior de las mismas matemáticas, esto se puede dado que la variación puede ser afrontada desde diferentes tópicos: numérico, geométrico, métrico o aleatorio.

Considerando lo expresado anteriormente, se podría decir sobre el pensamiento variacional y el tratado de las relaciones trigonométricas en contenidos dinámicos, que se han ganado un espacio muy importante en la Educación Matemática; debido a que se pueden aplicar en muchos campos y el uso adecuado de algunas herramientas tecnológicas favorecen su aprendizaje

Y retomando lo expresado en páginas anteriores, sobre la enseñanza para la comprensión, en el análisis de este anexo se evidencia que se encuentra estrechamente ligada a la capacidad que tienen los estudiantes para dominar un conocimiento y aplicarlo a la vida cotidiana. El aplicar este insumo en otras instancias, transferir este conocimiento para su beneficio y avance personal; es de notar que la mayoría de los estudiantes piensan que el dominio de este conocimiento le posibilitan el avance en otras instancias de su vida.

ANEXO E

Tomando como referente lo expresado por Caillot, “los saberes sabios producidos por la comunidad científica” (Caillot, 1996, p. 229) no son los únicos con contenidos de enseñanza, ya que son el resultado de las exigencias de la sociedad de turno. “Lo que sobresale en la enseñanza no son las prácticas, es el saber sobre las prácticas”; se puede afirmar que las funciones trigonométricas son una herramienta de gran utilidad para los estudiantes al momento de graduarse de la institución educativa.

En la enseñanza para la comprensión se busca que la enseñanza y el aprendizaje posean algunas características como: que sean significativas, contextualizadas, interdisciplinarias, de diálogo, reflexivas y adaptadas a las necesidades del sujeto; si el estudiante cree que las funciones trigonométricas se ajustan a sus necesidades para la vida diaria, hará un buen uso de ellas como herramienta fundamental en sus propósitos personales.

En páginas anteriores se afirmó que el pensamiento variacional cumple un importante rol dentro de la resolución de problemas que tengan sustentación en la variación, el cambio y modelación de aquellos procesos de la vida cotidiana. Las funciones trigonométricas como tal, cumplen este papel en la consecución de las metas de los estudiantes. Al mirar los resultados arrojados por la gráfica, se observa que la mayoría cree que casi siempre las funciones trigonométricas, como herramienta, le serán útiles en la consecución de las metas personales.

ANEXO F

Bajo la mirada del aprendizaje significativo, el conocimiento previo o significado previo, es de gran importancia para la adquisición de nuevos significados; ellos crean aprendizaje significativo y no mecánico. Retomando lo expresado en páginas anteriores, el significado tiene dirección, puede ser connotativo (de afuera hacia adentro, intencional, personal) o denotativo (de adentro hacia afuera, social);

por lo tanto para que exista aprendizaje significativo los significados deben ser connotativos e idiosincrásicos.

Lo que percibimos y expresamos es porque creemos que existe en este mundo material, esta dualidad representa la idea de percepción/representación; el docente en muchos momentos lucha en contra de las percepciones de los estudiantes, cada uno de ellos percibe de forma única lo que él trata de transmitir (enseñar).

Reafirmando lo expresado anteriormente, se entiende por estrategia metodológica aquellas secuencias que van integradas de procedimientos y recursos, que son utilizados por el educador con el fin de lograr que el estudiante desarrolle capacidades de adquisición, interpretación y procesamiento de información; así mismo el uso de ellas para: la generación de nuevos conocimientos y el uso para su desempeño diario.

Estas estrategias tienen como finalidad el lograr estimular al estudiante para que: observe, analice, opine, formule hipótesis, busque soluciones y descubra el conocimiento por sí mismo. Con base en todo lo anterior, se deduce del análisis de los resultados de la gráfica, que los conocimientos previos adquiridos por los estudiantes fueron bien interiorizados.

Este resultado contradice lo analizado en las preguntas 1 y 2, debido a que: "Una **ecuación** es una igualdad algebraica que es cierta para algunos valores de las incógnitas y falsa para otros. El valor o valores de la incógnita que hacen que la igualdad se cumpla se llaman **solución** de la ecuación.

Una Identidad es una **igualdad** algebraica, esto es, una igualdad en la que aparecen números y letras que **siempre se cumple**, sean cuales sean los valores de las incógnitas. Por tanto, la diferencia entre identidad y ecuación es que la identidad siempre es cierta, mientras que la ecuación no".

ANEXO G

La formulación, tratamiento y resolución de problemas es uno de los procesos que se encuentra presente en todas las actividades curriculares de matemáticas; en estas situaciones problema el quehacer matemático tiene sentido si ellas se encuentran enlazadas a las experiencias cotidianas por las cuales haya pasado el estudiante, haciéndolas más significativas. Estas experiencias no solo pueden ser del área de matemáticas, se pueden extraer de otras ciencias, logrando con ello la interdisciplinariedad de las áreas.

El avance en este proceso permitirá observar en el estudiante un desarrollo mental: perseverante, tenaz, analítico, estratégico, lógico, creativo e innovador. Se necesita para lo anterior que la situación problema planteada sea de carácter abierto, para que se hallen múltiples respuestas o posiblemente ninguna; todo lo anterior referido a los estándares curriculares del área de matemáticas del MEN (1998).

Bajo la mirada de la enseñanza para la comprensión, la capacidad que tienen los individuos, en este caso los estudiantes, de dominar los conocimientos, logrando con ello aplicarlos a otras instancias; la transferencia de esos conocimientos a otros contextos con su respectiva explicación y la sustentación de hipótesis se le conocen como uso del pensamiento.

Y teniendo en cuenta lo expresado por Moreira con respecto al aprendizaje significativo crítico, estos resultados arrojados por el anexo 7 revelan que estos conocimientos no fueron bien asimilados.

Nuevamente estos resultados contradicen los obtenidos en los anexos A y B

ANEXO H

Si se tiene en cuenta lo expresado por el Ministerio de Educación Nacional, en los estándares curriculares de matemáticas: El conocimiento matemático se

fundamenta en dos facetas: la práctica y la forma. En la primera se observan las relaciones que mantiene la persona con su entorno, en busca de mejorar su calidad de vida y desempeño ciudadano; en la segunda, están los sistemas matemáticos conformados por su lenguaje y representaciones.

Este conocimiento matemático se divide a su vez en: conocimiento conceptual y conocimiento procedimental. El conocimiento conceptual se acerca más a la reflexión, es teórico, producto de la actividad cognitiva y asociado al “saber qué y el saber por qué”; el conocimiento procedimental es de acción, técnicas y estrategias en: como representar y transformar conceptos, todo esto basado en las habilidades y destrezas para la elaboración, comparación y ejercitación de algoritmos. La fusión acertada de estos dos conocimientos es la base del “saber como”.

Se observa el cómo los resultados arrojan que los estudiantes adolecen en el conocimiento matemático de la forma, el conocimiento conceptual y del procedimental. Nuevamente estos resultados de temas específicos, contradicen los resultados de los anexos A y B

ANEXO I

Para este anexo se va a tener en cuenta que el razonar implica acomodarse en busca de un enunciado-objetivo, tratando de ubicarse dentro de un campo del conocimiento específico. Para conseguir este fin el estudiante debe ubicarse en el tipo de proposiciones que va a emplear y el grado de uniformidad que hay entre ellas, es decir, de su orden lógico.

Dentro del razonamiento se destacan dos métodos: el inductivo y el deductivo; estos los adquiere el estudiante a medida que alcanza una madurez mental en los últimos años de su adolescencia, es decir, en la media básica; pero no se puede esperar que los aplique en una forma rigurosa en la solución de ejercicios.

La argumentación es un razonamiento que cumple con las relaciones de congruencia, cuyo objetivo es lo creíble y el convencimiento de los demás o de sí mismo, es lo más cercano a lo realizado por los oradores –candidatos-.

Las demostraciones pueden considerarse el centro de la actividad matemática, ya que son la base para que las afirmaciones emanadas en ella tengan validez; a diferencia de las otras ciencias que contrastan la realidad con sus afirmaciones para luego verificarlas. Pero además, las propiedades de las teorías matemáticas tienen justificación en el proceso que siguen los matemáticos -por medio de la demostración- para que sean válidas

Los resultados arrojados para este anexo confirman lo expresado anteriormente, en cuanto el estudiante adolece de aprendizaje significativo crítico.

ANEXO J

Para Piaget el desarrollo es una construcción que tiene como punto de partida acciones; supera la asociación entre estímulos, ya que estos reflejan en forma distorsionada la realidad externa a la mente del sujeto. La estructura intelectual que caracteriza al sujeto en determinado estadio de desarrollo no posibilita únicamente la comprensión de un determinado intervalo de sucesos, ella también delimita lo que el sujeto puede comprender y aprender. Todo esfuerzo que se haga por enseñar al sujeto conceptos o fenómenos que van más allá de su estructura intelectual - que no pueden ser asimilados por ella -, serán infructuosos. Lo que se le enseña al sujeto solo se asimila realmente cuando da lugar a una reconstrucción activa o a una reinención por parte de él.

Para este anexo se evidencia nuevamente lo que se ha venido presentando desde que comenzaron las preguntas específicas, sobre las razones, relaciones e identidades trigonométricas

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Este apartado incorpora asuntos que se relacionan, en un primer momento con el hecho de que los estudiantes reconozcan en realidad la teoría de la cual trata el tema, lo cual no implica que tengan conocimiento de cómo aplicarla correctamente, para ello se debe tener presente:

- actividades lúdicas bien dirigidas
- actividades lúdicas planeadas
- avances significativos en cada uno de los estudiantes del grado

En un segundo momento se considera el hecho de que el aprendizaje colaborativo juega un papel primordial en el aprendizaje, esto debido al intercambio de conocimientos entre los estudiantes; todo lo anterior se hace evidente al analizar:

- las actividades realizadas en el grado
- el papel del docente como mediador
- el cambio de ambiente

En un tercer momento donde se considera la relación entre el aprendizaje y la enseñanza, se identifica un proceso de aprendizaje mediado por la estrategia metodológica que propone el docente, que se evidencia por medio de:

- el proyecto de aula como propuesta didáctica
- la historia de la construcción los diferentes temas de las matemáticas
- el diferenciar los tópicos más representativos de la teoría a enseñar
- el aprovechar el uso de las diferentes propuestas y estrategias para la enseñanza de la geometría
- dar conclusión a toda actividad del proyecto de aula

Para finalizar se consideran los asuntos relacionados con las actividades didácticas propuestas.

Respecto al análisis de las gráficas – ver anexos A-J – y con relación a los resultados encontrados en la encuesta Likert, se logra evidenciar, especialmente en las últimas cinco respuestas que los estudiantes creen saber asuntos de las razones y relaciones trigonométricas, pero en realidad al momento de llevar sus conocimientos a la práctica, los resultados no son los esperados. De lo anterior se concluye que la entrevista no fue –para esta investigación- una buena herramienta que permitiera reconocer la realidad en los procesos de aprendizaje, lo que sí se pudo demostrar cuando se plantearon ejercicios específicos del tema.

5.2. Recomendaciones

- Las actividades lúdicas deben estar bien dirigidas, con un orden lógico y con una finalidad bien definida. Ellas permiten la socialización, el compartir ideas y realizar aportes de posibles estrategias; de la concentración de cada uno de los integrantes del equipo, se desprende el asimilar más la “formula” –identidad- más adecuada a utilizar.
- De las actividades lúdicas bien planeadas no es posible que puedan existir fallas, ya que se pierde credibilidad del docente ante los estudiantes. En caso de presentarse falencias en alguna actividad, se debe contar con otra adicional y hacer uso de ella, no permitir que se pierda el interés por parte de los estudiantes.
- La “rivalidad” que se crea entre los diferentes equipos posibilita el que cada uno de los integrantes de un equipo se esfuerce más en aprenderse las diferentes ayudas didácticas que hacen parte del juego.
- Con relación al aprendizaje colaborativo de acuerdo con las actividades realizadas, se identifican los roles que cumplen cada uno de los integrantes de los equipos – líderes y coequiperos-, esto con el fin de lograr una meta en común.
- El docente sirve como mediador, el que determina si existe alguna inconsistencia en alguna parte del juego, debido a alguna jugada.
- El cambio de ambiente -el salón por otro sitio- despeja la mente y fomenta: la comunicación, participación y colaboración.
- Para la iniciación en la aplicación del proyecto de aula, enfatizar en que el estudiante reconozca cada una de las partes de un triángulo rectángulo, que ellos las interioricen e identifiquen.
- Al dar comienzo de un tópico específico, realizar una pequeña lectura de lo que se va a tratar, esto con el fin de que el estudiante (a) reconozca la importancia que este tuvo al ser investigado desde hace tanto tiempo por hombres y mujeres que se interesaban por las matemáticas.
- Se debe inculcar la “cultura” de diferenciar entre: razón, relación y función; como conceptos y aplicabilidad no son lo mismo.
- Se debe hacer uso de las diferentes propuestas metodológicas para la enseñanza de la geometría, específicamente en lo relacionado con la aplicabilidad de la semejanza de triángulos semejantes, para la resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Todas las actividades diseñadas o planteadas en el proyecto de aula llevarlas a cabo en su totalidad, no darse por vencido.

- En lo concerniente a la relación entre los procesos de aprendizaje y la enseñanza, mediados por el docente, se logra reconocer la importancia de este en el aula de clase; debido a su función como mediador del saber y la conducta: fija pautas y zanja conflictos

REFERENCIAS

Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico*. México: Siglo XXI.

Balacheff, N. (1990). Towards a problème for research on mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (4), 258 - 272.

Barboza, Ana Maria. (2010). *Mundomate. Recursos para docentes formadores del área de matemática. Estrategias metodológicas para la enseñanza de la matemática*. Blog de Formación Inicial Docente 1. Recuperado de <http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/>

CFC. (2011). Acuerdo 02 DE 2011. Consejo Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia.

Chevallard Y, J. M. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Didactique des Mathématiques*, 159 - 239.

Chevallard, Y. (1998). *La trasposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique.

Consejo Superior Universitario. (2007). *Acuerdo 033 de 2007*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Coronel Casadiego, J. J. (2013). *Aplicación de un prototipo de domino para la enseñanza y aprendizaje de las identidades trigonométricas en la Universidad Popular del Cesar, seccional Aguachica*: Universidad popular del Cesar.

Díaz-Barriga, F. (2012). Reformas curriculares y cambio sistémico: una articulación ausente pero necesaria para la innovación. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 23-40.

Gallego, C. y. (2000). Propuesta metodológica para contribuir a desarrollar habilidad fundamentar-demostrar aplicada en el tema de identidades trigonométricas. Medellín.

Gálvez, G. (1994). La didáctica de las matemáticas. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. C. Parra, I. Sainz (comp). Buenos Aires: Paidós Educador.

González A. Elvia María. *El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación*.

Hanesian, A. -N. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Henao S., Berta Lucila. (2010). Hacia la construcción de una ecología representacional: aproximación al aprendizaje como argumentación, desde la perspectiva de Stephen Toulmin. Tesis doctoral. Universidad de Burgos.

ICFES. *Presentación de exámenes*. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/index.php/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/novedades/651-alineacion-examen-saber-11/file?force-download=1>.

MAESCEN (2013). *Documento para el análisis y la discusión académica N° 1. Coordinación de programa Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales "MAESCEN"*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Martínez Ruiz Héctor, A. R. (2010). Metodología e investigación. México: Cengage Learning.

Mertens, D. (2007). Transformative Paradigm mixed methods and social justice. [Paradigma transformativo métodos mixtos y justicia social]. *Journal of Mixed Methods Research*, 1(3), 212-225. doi: 10.1177/1558689807302811

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas, lineamientos curriculares*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional

Montalvo Antolin, Rosalba. (2012). *Historia de la trigonometría y su enseñanza*. Puebla, México: Universidad Autónoma de Puebla.

Moreira, M. A. (1985). Metodología da pesquisa e metodologia de ensino: uma aplicacao prática. *Ciencia e Cultura*, 37 (10)

Moreira, M. A. (1993). *A Teoria da aprendizagem significativa: um ponto de vista cognoscitivo*. Fascículos de CIEF Universidad de Rio Grande do Sul Sao Paulo.

Niño, R. V. (2011). Metodología de la investigación. *Ediciones de la U*, 90.

Papalia, D. E., Wendkos, S. (1990). *Psicología*. México: McGraw-Hill.

Patiño, S. (2012). La enseñanza para la comprensión (EpC): propuesta metodológica centrada en el aprendizaje del estudiante. *Revista Humanizarte*, 5 (8). ISSN: 2145-129X. Recuperado de https://www.academia.edu/10289595/Revista_Humanizarte_A%C3%B1o_5_No_8_LA_ENSE%C3%91ANZA_PARA_LA_COMPRENSI%C3%93N_EpC_PROPUES

TA_METODOL%C3%93GICA_CENTRADA_EN_EL_APRENDIZAJE_DEL_ESTU DIANTE

Pólya, G. (1984). *¿Cómo plantear y resolver problemas?*. México: Trillas.

Ramírez Salazar, J. M., Jaramillo Hernández, F. J., Mendoza Soto, A., Buriticá

Trujillo, B. (1998). *La Geometría: estrategia para el aprendizaje de la factorización*. Medellín. Universidad de Antioquia. Tesis (Especialista en Enseñanza de las Matemáticas).

Ramírez, J. M. (1998). *La geometría: estrategia para el aprendizaje de la factorización*. Medellín: Universidad de Antioquia

Ramírez, L.E.; Arcila, A.; Buriticá L.E.; Castrillón, J. (2004). *Paradigmas y modelos de investigación, guía didáctica y módulo*. Medellín: Fundación Universitaria Luis Amigó. Facultad de Educación.

Restrepo G, Bernardo. (1996). *Investigación en educación. Programa de Especialización en Teoría, métodos y Técnicas de Investigación Social*. Módulo 7. Bogotá: Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior.

Restrepo Gómez, Bernardo. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y educadores*, 7, 45-55. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400706>

Restrepo G, Bernardo. (2002). Una variante pedagógica de la investigación-acción educativa. *Revista Iberoamericana de Educación*. ISSN: 1681-5653. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF>

Restrepo, Juan Diego. (2014). Argumentación para un Aprendizaje Significativo crítico sobre Genoma humano en Educación básica Secundaria. Trabajo de grado Medellín: Universidad de Antioquia.

Rondero-Guerrero Carlos, R.-R. A.-H. (2015). Seguimiento de una innovación curricular: una asignatura de matemáticas. *European Scientific*.

Santalo, L. A. (1981). *Enseñanza de la matemática en la escuela media*. Buenos Aires: Proyecto CINAÉ.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically; problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. New York: In D. A. Grows.

Valverde Ramirez, L. (1990). *Un método para contribuir a desarrollar la habilidad para fundamentar-demostrar una proposición matemática tomando como base una asignatura de algebra de los Institutos Superiores Pedagógicos*. La Habana (Cuba): Instituto Superior Pedagógico Enrique J. Verona.

.



ANEXO K

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ROBERTO BELARMINO

Aprobación de estudios Res. 4518 del 22 de Nov. De 2005

Objetivo: La presente encuesta tiene como fin el obtener unos resultados en los dominios del conocimiento de los estudiantes, que serán analizados dentro del trabajo de grado en la maestría de la enseñanza de las ciencias exactas y naturales; dictadas por la Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín- . Agradeciendo de antemano su colaboración

5	4	3	2	1
Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Pocas veces	Nunca
AFIRMACIONES				Alternativas de respuesta
				1 2 3 4 5
1. Considero que dentro del proceso docente educativo, el proceso fundamental es el aprendizaje				
2. Cuando un estudiante alcanza el objetivo programado, se apropió del contenido seleccionado a través de sus habilidades y valores				
3. Dentro del desarrollo del proceso docente educativo se puede considerar al estudiante como sujeto fundamental				
4. Se puede considerar que tanto la tarea docente, el tema, la asignatura, la disciplina y el tipo de proceso educativo como procesos docentes que son cada día más complejos				
5. Puedo afirmar que dentro de la categorías del proceso docente, se encuentran componentes como: el objeto, el objetivo, el contenido, la forma, el medio y la evaluación				
6. Pienso que el proceso docente educativo es un sistema cuyos componentes van cambiando con el tiempo				
7. Creo que el cambio sucesivo en el tiempo del conjunto de características, de los estados de un objeto, es el proceso docente educativo				
8. La actividad que ejecuta el estudiante para educarse es el aprendizaje. La actividad del profesor de guiar ese aprendizaje, es la enseñanza				
9. Un proceso es una sucesión de estados de un objeto determinado. Y un estado es la situación que tiene el objeto de estudio en un cierto momento				
10. Al observar los aspectos más superficiales y externos del proceso de enseñanza-aprendizaje, puedo identificar sus componentes: el aprendizaje, la enseñanza y la materia de estudio.				
11. Se puede deducir a partir del teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$ la identidad fundamental $\text{Sen}^2\theta + \text{Cos}^2\theta = 1$				
12. Es lo mismo decir $\text{Sen}^2\theta$ que $(\text{Sen}\theta)^2$				
13. La relación $\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ se puede definir como la función $\text{Sen } \theta$				
14. Podemos afirmar que la identidad principal $\text{Sen}^2\theta + \text{Cos}^2\theta = 1$ se verifica para valores que están entre 1 y -1				
15. Toda identidad es una igualdad, pero no toda igualdad es una identidad				



ANEXO L

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ROBERTO BELARMINO

Aprobación de estudios Res. 4518 del 22 de Nov. De 2005

Objetivo: La presente encuesta tiene como fin el obtener unos resultados en los dominios del conocimiento de los estudiantes, que serán analizados dentro del trabajo de grado en La maestría de la enseñanza de las ciencias exactas y naturales; de la Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín-. Agradeciendo de antemano su colaboración.

De acuerdo con los siguientes criterios, señala con una x la respuesta que creas conveniente:

5	4	3	2	1
Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Pocas veces	Nunca

AFIRMACIONES	Alternativas de respuesta				
	1	2	3	4	5
1. El solucionar un determinado ejercicio intuyo su solución con: modelos, representaciones, significados e imágenes					
2. Defino con claridad y exactitud el significado de un término y enuncio sus propiedades, para decidir cómo proceder en caso de buscar una solución					
3. Adquiero conocimiento a través de la información que recibo, me sirve de experiencia y la pongo en práctica					
4. La integración y activación de conocimientos referente a las relaciones trigonométricas, me posibilitan un buen desempeño en diferentes contextos de la vida.					
5. Creo que el aprender funciones trigonométricas me sirve como una herramienta útil, en la consecución de mis metas personales.					
6. Reconozco que no es lo mismo una ecuación a una identidad					
7. Pienso que el $\text{Sen}(30) = \text{Sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)$					
8. La relación $\text{Sen}\theta$ por definición es $\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$					
9. La tangente de un ángulo se define como $\frac{\text{Sen}\theta}{\text{Cos}\theta}$					
10. Si se dibuja dentro de una circunferencia de radio 1, un triángulo rectángulo, cuyo vértice se encuentre en el centro formando un ángulo con el, podemos definir las funciones trigonométricas básicas					

Grafico 1. Datos pregunta uno

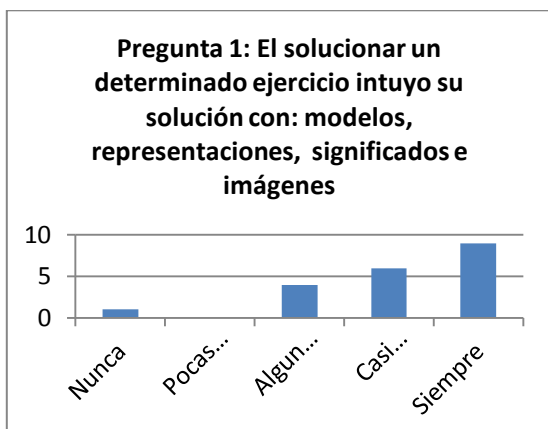


Grafico 2. Datos pregunta dos

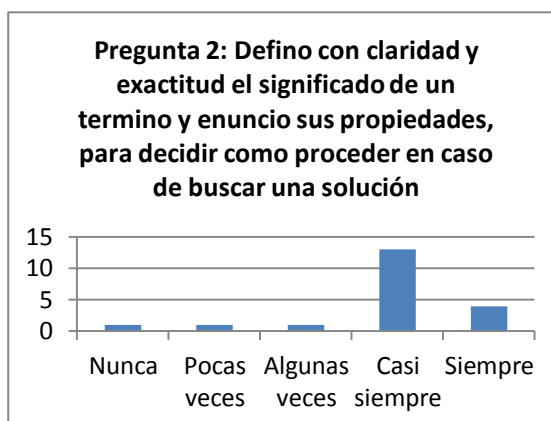


Grafico 3. Datos pregunta tres

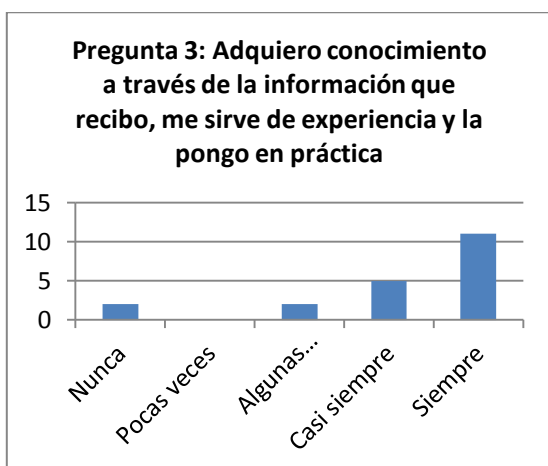


Grafico 4. Datos pregunta cuatro

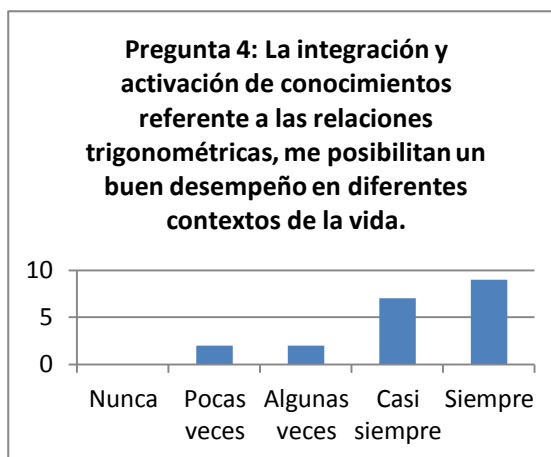


Grafico 5. Datos pregunta cinco

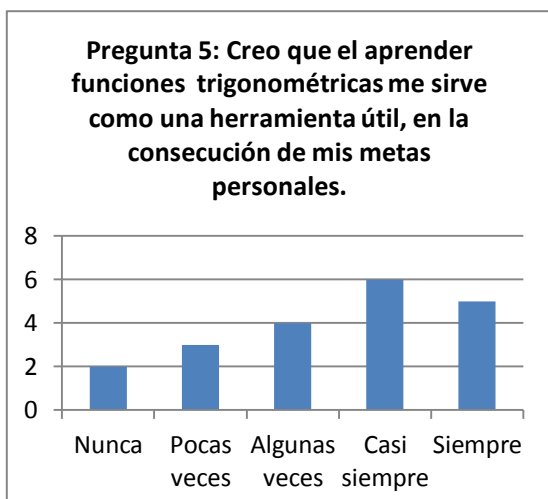


Grafico 6. Datos pregunta seis

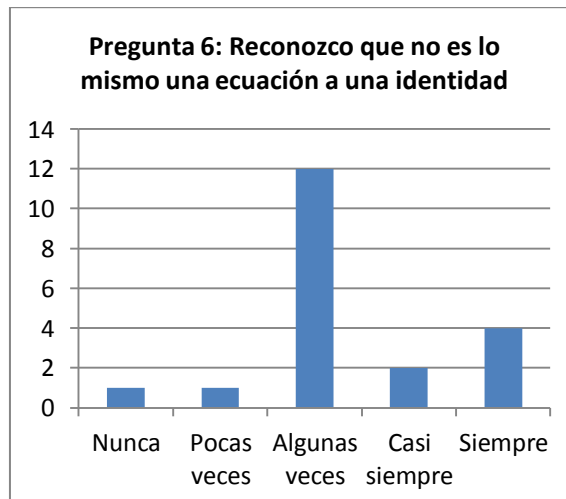


Grafico 7. Datos pregunta siete

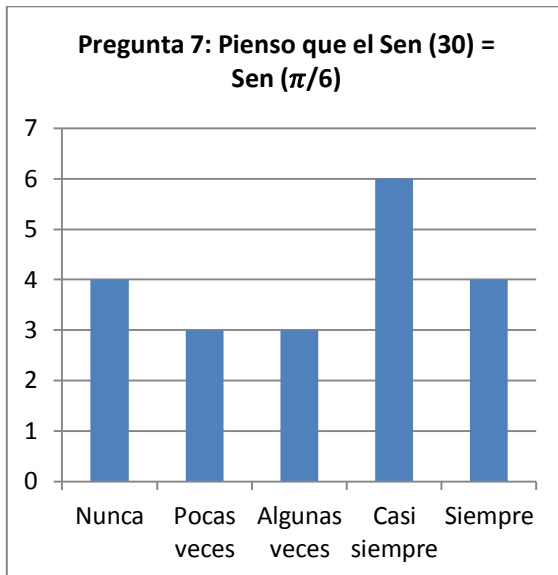


Grafico 8. Datos pregunta ocho

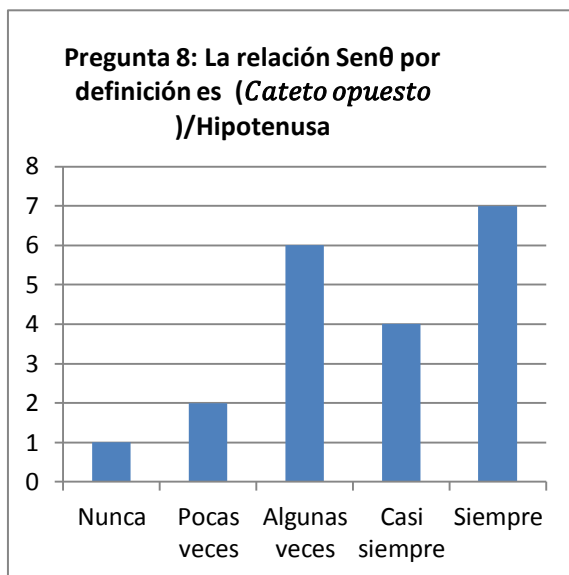


Grafico 9. Datos pregunta nueve

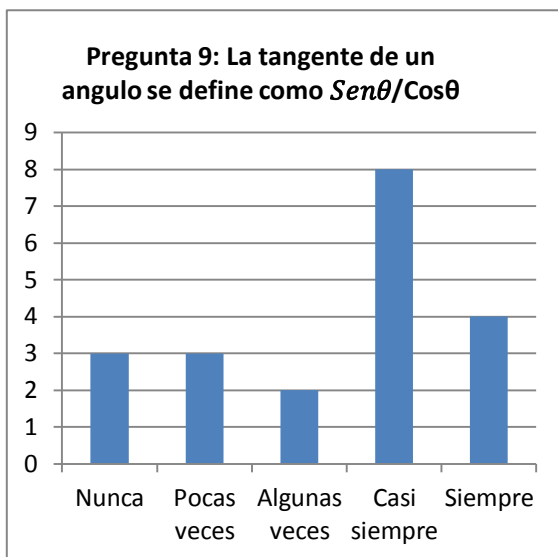
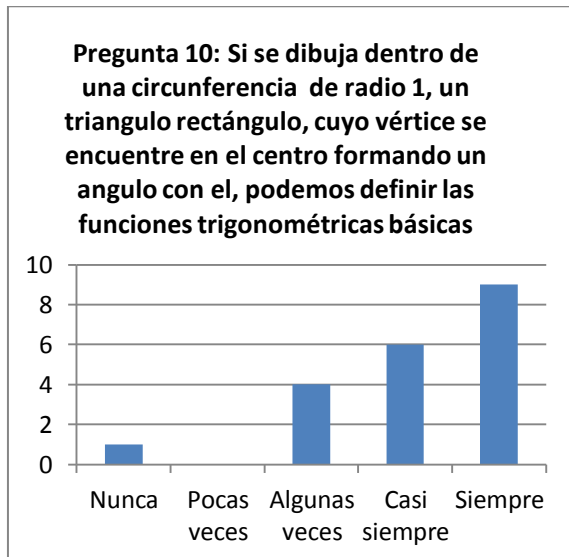


Grafico 10. Datos pregunta diez





ANEXO M

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ROBERTO BELARMINO

Aprobación de estudios Res. 4518 del 22 de Nov. De 2005 Código DANE 105001002003

PROTOCOLO DE COMPROMISO ÉTICO Y ACEPTACIÓN DE LOS Y LAS PARTICIPANTES EN LA INVESTIGACIÓN ³

Nombre de la Investigación:

“Diseño de una propuesta metodológica que contribuya a la enseñanza del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos apoyado en el proceso de resolución y planteamiento del problema”

Investigador: Javier Muñoz Rangel

Presento ante ustedes mi compromiso ético. Entiendo como imperativo y deber, hacer uso adecuado y discrecional de la información recolectada en el marco de este trabajo, con el único fin de lograr los objetivos del estudio en cuestión y en la perspectiva de contribuir con aportes para el mejoramiento de la educación en matemáticas en los contextos de los casos elegidos para este estudio, así como contribuir con cuestiones teóricas y metodológicas a la línea de investigación sobre argumentación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El uso discrecional y adecuado de la información recogida y de su análisis, implica que la misma sólo será utilizada para los propósitos enunciados en el marco de este trabajo investigativo, que se evitará la alusión a nombres propios y se valorará con respeto y responsabilidad los aportes de cada uno de los participantes. Los análisis y resultados serán dados a conocer en primera instancia a los participantes.

Desde esta perspectiva, las personas que firman este documento autorizan al investigador para que las fuentes de información como escritos, entrevistas, foros de discusión, observaciones, etc.; se constituyan en bases de datos para dicha investigación. Al respecto, se solicita también a los firmantes de este documento anotar, algunas recomendaciones o sugerencias que consideren pertinentes en relación con la autorización que otorgan al investigador.

FIRMA ACUDIENTE

FIRMA DEL PROFESOR

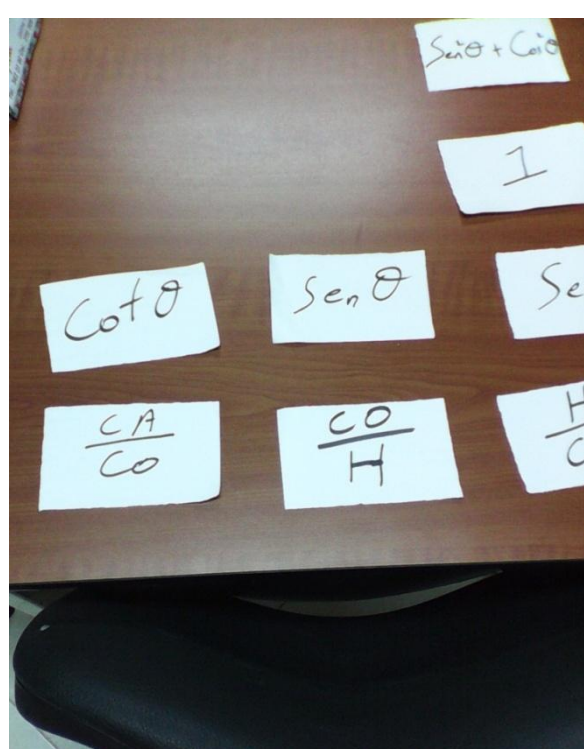
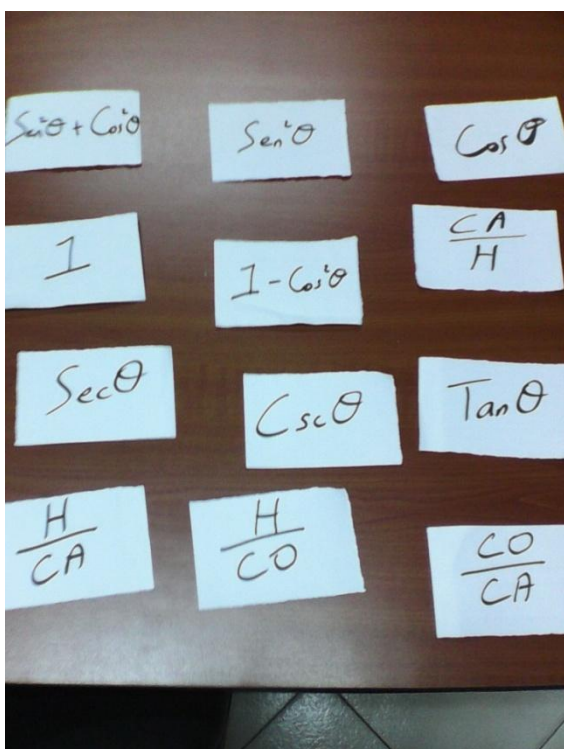
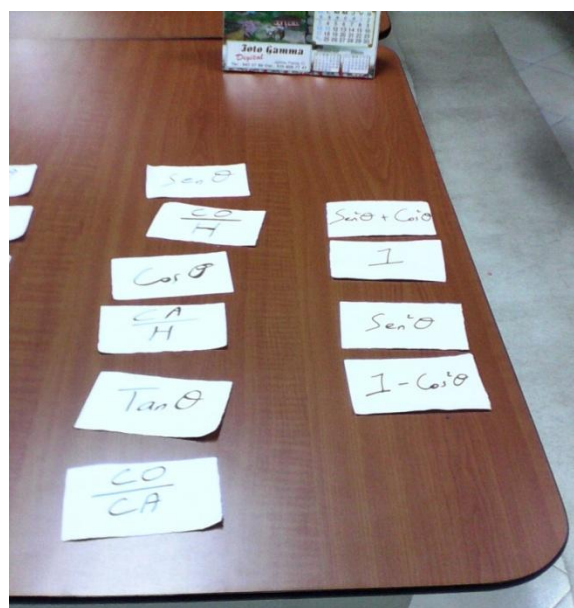
FIRMA DEL ESTUDIANTE

Recomendaciones o sugerencias:

³Esta es una adaptación de la tesis doctoral de la profesora Berta Lucila Henao Sierra (2010). Hacia la construcción de una ecología representacional: Aproximación al aprendizaje como argumentación, desde la perspectiva de Stephen Toulmin. Universidad de Burgos.

ANEXO N

Juego didáctico de amigo secreto.



Actividad para reconocer las razones trigonométricas

ANEXO O

DOMINÓ DE IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

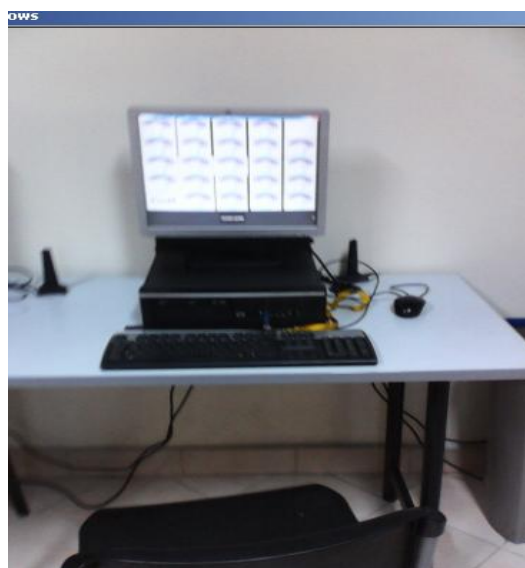


Estudiantes jugando dominó tradicional, pero con las diferentes identidades trigonométricas



ANEXO P

JUEGO DIDÁCTICO BLOQUES LÓGICOS



Presentación de bloques con razones e identidades trigonométricas en el pc